Per la seguente $Y_{free}(s)$,

$Y_{free}(s) = C\,\phi(s)\,x_0 = \dfrac{s+3}{s^2+4s+13}$,

calcolare $Y_{free}(t)$.

- eq. car.: $s^2+4s+13 = (s^2+4s+4)+9 = 0$
  $(s-\alpha)^2 + \omega^2$

  $s_{1,2} = \alpha \pm j\omega = -2 \pm 3j$

$\Rightarrow s^2+4s+13 = (s+2)^2+3^2$

Nota per una funzione razionale $q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

per un fattore $g(x) = ax^2+bx+c$ corrisponde una decomposizione $\longrightarrow \dfrac{Ax+b}{ax^2+bx+c}$

Per il caso in esame,

$Y_{free}(s) = \dfrac{s+3}{(s+2)^2+3^2}$

ricordo che

$\mathcal{L}\left(\sin(\omega t)\,1(t)\right) = \dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$

$\mathcal{L}\left(\cos(\omega t)\,1(t)\right) = \dfrac{s}{s^2+\omega^2}$

$\mathcal{L}\left(e^{\alpha t}\sin(\omega t)\,1(t)\right) = \dfrac{\omega}{(s-\alpha)^2+\omega^2}$

$\mathcal{L}\left(e^{\alpha t}\cos(\omega t)\,1(t)\right) = \dfrac{s-\alpha}{(s-\alpha)^2+\omega^2}$

per cui riscrivo

$Y_{free}(s) = \dfrac{s+3}{(s+2)^2+3^2} = \dfrac{s+2-2+3}{(s+2)^2+3^2} =$

$\dfrac{s+2}{(s+2)^2+3^2} + \dfrac{1}{3}\,\dfrac{1\cdot 3}{(s+2)^2+3^2} =$

$y(t) = e^{-2t}\cos(3t) + \dfrac{1}{3}e^{-2t}\sin(3t)$

Esercizio

Per il sistema LTI con fdt $G(s)$,

$G(s) = \dfrac{6}{s^2+4s+13}$,

calcolare la risposta forzata al segnale $u(t) = 1(t)$.

$Y(s) = G(s)\,U(s) = \dfrac{6}{s^2+4s+13}\cdot\dfrac{1}{s} =$

$= \dfrac{A}{s} + \dfrac{Bs+C}{s^2+4s+13}$