

ESERCITAZIONE n.6: Problemi di ottimizzazione vincolata e su insiemi compatti

ESERCIZIO 1. Determinare i punti estremanti vincolati delle seguenti funzioni:

- 1.1) la funzione $f(x, y) = xy$ sotto la condizione $x^2 + y^2 - xy = 1$,
- 1.2) la funzione $f(x, y) = x^2 - 2xy$ sulla circonferenza unitaria,
- 1.3) la funzione $f(x, y) = x + y^2$ sulla curva chiusa ottenuta concatenando la metà superiore della circonferenza unitaria con il segmento da essa staccato sull'asse delle x ,
- 1.4) la funzione $f(x, y) = e^{x-y}$ sul triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(1, 1)$,
- 1.5) la funzione $f(x, y) = x \log x + y \log y$ sotto la condizione $x + y = 1$,
- 1.6) la funzione $f(x, y) = 1 + 4x + 16y - x^2 - 4y^2$ sull'ellisse di semiasse orizzontale 1 e verticale $1/2$.

ESERCIZIO 2. Determinare l'immagine delle seguenti funzioni, relativamente ai domini D a fianco indicati, dopo aver rappresentato graficamente tali domini.

- | | |
|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 2.1) $f(x, y) = (1 + 5x)/(4 + y)$ | $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, y \leq 1\}$ |
| 2.2) $f(x, y) = 1 - 3x + 5y + y^2$ | $D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq 2x \leq 2\}$ |
| 2.3) $f(x, y) = 1 - x^2 - 6y^2$ | $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$ |
| 2.4) $f(x, y) = x^4 - 4x^3 + 12x^2 + y^2 - 16y$ | $D = \{(x, y) : x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$ |
| 2.5) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2y$ | D è il semicerchio di centro l'origine e raggio 2 contenuto in 1° e 2° quadrante |