1920 - 2020
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI PARTHENOPE
100° ANNIVERSARIO

SIS Scuola Interdipartimentale delle **Scienze**, dell'**Ingegneria** e della **Salute**

UNIVERSITÀ PARTHENOPE
DiST
DIPARTIMENTO DI SCIENZE E TECNOLOGIE

Laurea Magistrale in STN

Applicazioni di Calcolo Scientifico e Laboratorio di ACS
(12 cfu)

prof. Mariarosaria Rizzardi

Centro Direzionale di Napoli – Isola C4
stanza: n. 423 – Lato Nord, 4° piano
tel.: 081 547 6545
email: mariarosaria.rizzardi@uniparthenope.it

ACS parte 2 (richiami)

Argomenti trattati:

- **Cenni sulla Distribuzione di probabilità Gaussiana o Normale**

Distribuzione Univariata Normale o Gaussiana

È una distribuzione di probabilità continua con media μ e varianza σ^2 (σ è la deviazione standard). x è una variabile casuale (v.c.), $\forall x \in \mathbb{R}$:

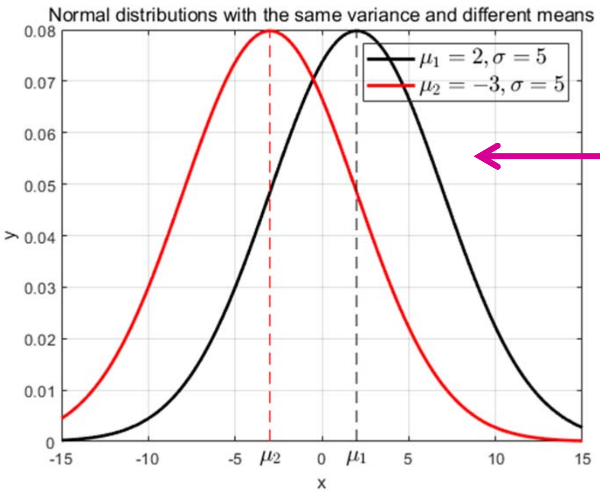
$$x \in \mathcal{N}(\mu, \sigma) \quad \Leftrightarrow$$

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{ -\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2 \right\}$$

```
N=1000; x=linspace(-15,15,N)';
mu1=2;  sig1=5; y1=pdf('Normal',x,mu1,sig1);
mu2=-3; sig2=5; y2=pdf('Normal',x,mu2,sig2);
plot(x,y1,'k',x,y2,'r'); grid on
xlabel('x'); ylabel('y')
```

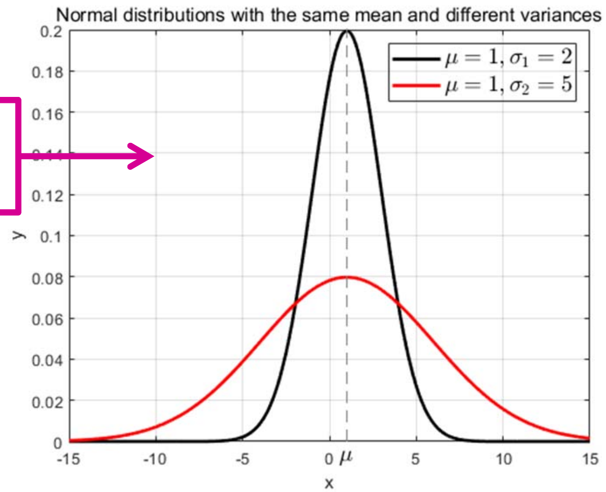
```
N=1000; x=linspace(-15,15,N)';
mu1=1; sig1=2; y1=pdf('Normal',x,mu1,sig1);
mu2=1; sig2=5; y2=pdf('Normal',x,mu2,sig2);
plot(x,y1,'k',x,y2,'r'); grid on
xlabel('x'); ylabel('y')
```

La media μ (o valor medio o valore atteso) corrisponde al valore con massima probabilità.
La varianza σ^2 governa la minore o maggiore dispersione attorno al valor medio.



medie diverse, stessa varianza

pdf: probability density function



stessa media, varianze diverse

La Distribuzione Normale Standard ha media μ=0 e varianza σ^2=1

Campioni random da Distribuzione Normale Univariata

$x \in \mathcal{N}(0,1) \quad \Leftrightarrow$

$$p_{\mathcal{S}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}x^2\right\}$$

v.c. standardizzata

$$x = \frac{x^* - \mu}{\sigma}$$

$x^* \in \mathcal{N}(\mu,\sigma) \quad \Leftrightarrow$

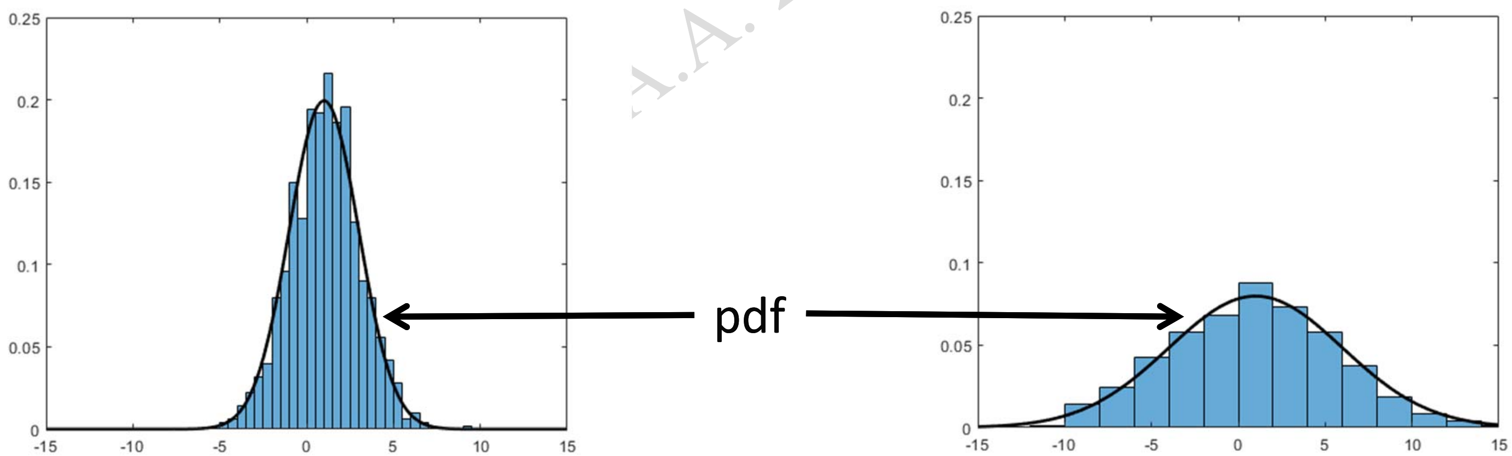
$$p_{\mathcal{N}}(x^*) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^* - \mu}{\sigma}\right)^2\right\}$$

La funzione **randn()** genera un campione da distribuzione normale standard $\mathcal{N}(\mu=0,\sigma=1)$

```
N=1000; x=linspace(-15,15,N)';
mu=1;  sig=2; y=pdf('Normal',x,mu,sig);
Xi=mu + sig*randn(N,1);
histogram(Xi,'Normalization','pdf'); hold on
plot(x,y,'k','LineWidth',2)
```

```
N=1000; x=linspace(-15,15,N)';
mu=1;  sig=5; y=pdf('Normal',x,mu,sig);
Xi=mu + sig*randn(N,1);
histogram(Xi,'Normalization','pdf'); hold on
plot(x,y,'k','LineWidth',2)
```

Istogramma dei campioni random



Distribuzione Multivariata Normale o Gaussiana

$\vec{x}$ è una variabile casuale (v.c.) vettoriale, $\forall \vec{x} \in \mathbb{R}^n$:

$\vec{\mu}$: vettore delle medie

Σ: matrice di covarianza

$$\vec{x} \in \mathcal{N}(\vec{\mu}, \Sigma) \quad \Leftrightarrow$$

$$p(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi |\Sigma|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\vec{x}-\vec{\mu})^T \Sigma^{-1} (\vec{x}-\vec{\mu})\right\}$$

det(Σ)

```
N=81; [x,y]=meshgrid(linspace(-10,10,N));
Z=[x(:) y(:)];
mu=[2 -1]; sig=[6 0.8;0.8 3];
p=mvnpdf(Z,mu,sig); p=reshape(p,N,N);
mesh(x,y,p) ; axis tight; box on; hidden off
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('p(x,y)')
```

```
N=81; [x,y]=meshgrid(linspace(-10,10,N));
Z=[x(:) y(:)];
mu=[-2 3]; sig=[2 0.8;0.8 2];
p=mvnpdf(Z,mu,sig); p=reshape(p,N,N);
mesh(x,y,p) ; axis tight; box on; hidden off
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('p(x,y)')
```

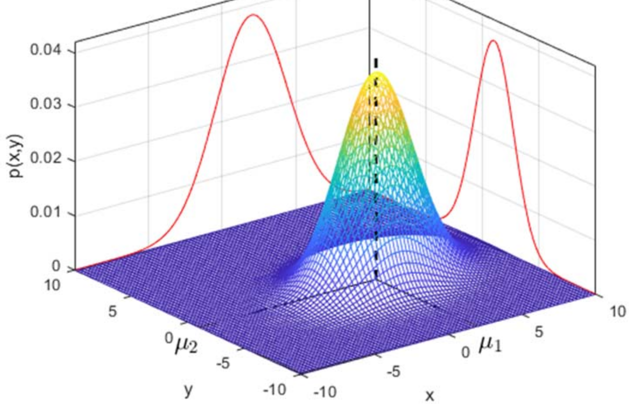
Distribuzione Normale Bivariata

$\vec{x} \in \mathbb{R}^2$

$\vec{\mu} = (2 \quad -1)$

$\Sigma = \begin{pmatrix} 6 & 0.8 \\ 0.8 & 3 \end{pmatrix}$

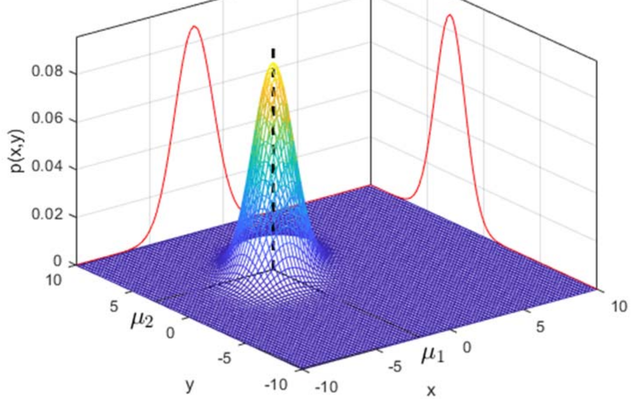
distribuzioni marginali



$\vec{\mu} = (-2 \quad 3)$

$\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 0.8 \\ 0.8 & 2 \end{pmatrix}$

distribuzioni marginali

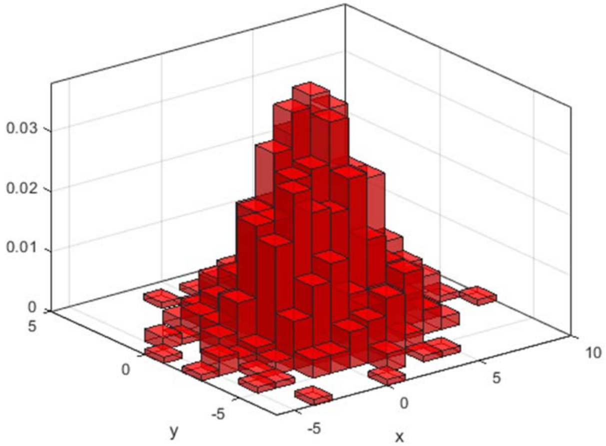


Campioni random da Distribuzione Normale Multivariata

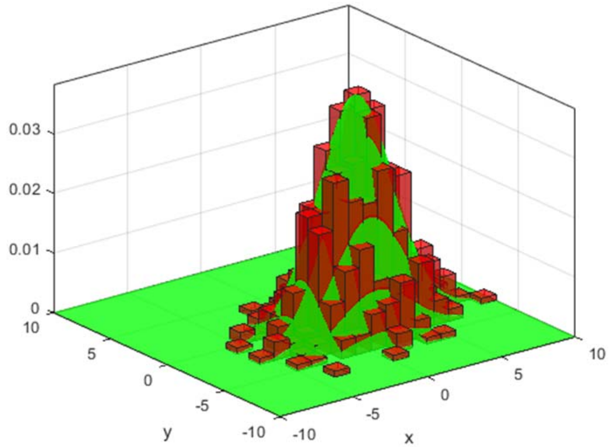
$$\vec{x} \in \mathcal{N}(\vec{\mu}, \Sigma) \quad \Leftrightarrow$$

$$p(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi|\Sigma|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\vec{x}-\vec{\mu})^{T} \Sigma^{-1} (\vec{x}-\vec{\mu})\right\}$$

```
N=1000; mu=[2 -1]; sig=[6 0.8;0.8 3]; P=mvnrnd(mu,sig,N); Xi=P(:,1); Yi=P(:,2);
figure(1); clf
histogram2(Xi,Yi,'Normalization','pdf','FaceColor','r','FaceAlpha',0.75)
xlabel('x'); ylabel('y')
```



$\vec{x} \in \mathbb{R}^2$




```
n=81; [x,y]=meshgrid(linspace(-10,10,n)); Z=[x(:) y(:)];
p=mvnpdf(Z,mu,sig); p=reshape(p,n,n);
hold on; surf(x,y,p,'EdgeColor','none','FaceColor','g','FaceAlpha',0.75)
```

Laurea Magistrale in Scienze e Tecnologie della Navigazione
Applicazioni di Calcolo Scientifico e Laboratorio di ACS
prof. Mariarosaria Rizzardi
A.A. 2023/24

Campioni random da Distribuzione Normale Multivariata

$$\vec{x} \in \mathcal{N}(\vec{\mu},\Sigma) \quad \Leftrightarrow$$

$$p(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi|\Sigma|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\vec{x}-\vec{\mu})^{T}\Sigma^{-1}(\vec{x}-\vec{\mu})\right\}$$

```
N=1000; mu=[3 1 2]'; sig=[3 .2 .7;.2 2 0;.7 0 1];
P=mvnrnd(mu,sig,N); Xi=P(:,1); Yi=P(:,2); Zi=P(:,3);

figure(1); clf
subplot(2,2,1), plot3(Xi,Yi,Zi,'.k'); axis equal; grid on; box on
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z'); title('sample data (X_i,Y_i,Z_i)')

subplot(2,2,2), histogram2(Xi,Yi,'FaceColor','r')
hold on; plot3(Xi,Yi,-20*ones(size(Xi)),'.k'); view(-40.74,9.3576)
xlabel('X_i'); ylabel('Y_i'); title('histogram of (X_i,Y_i)')

subplot(2,2,3), histogram2(Xi,Zi,'FaceColor','r')
hold on; plot3(Xi,Zi,-30*ones(size(Xi)),'.k'); view(-40.136,13.059)
xlabel('X_i'); ylabel('Z_i');

subplot(2,2,4), histogram2(Yi
hold on; plot3(Yi,Zi,-25*ones
xlabel('Y_i'); ylabel('Z_i');
```

$$\vec{x} \in \mathbb{R}^3$$