

# Programma del corso di MATEMATICA II (9 CFU) a.a. 2023-2024

Prof.ssa F. Feo

Ingegneria Informatica, Biomedica e delle Telecomunicazioni

**Funzioni vettoriali di una variabile** - Richiami di calcolo vettoriale, prodotto scalare e vettoriale. Funzioni vettoriali di una variabile reale: limite, continuità, derivabilità ed integrale definito. Curve regolari e generalmente regolari; vettore tangente. Equazione cartesiana, equazione polare di una curva piana. Lunghezza di un arco di curva; teorema di rettificabilità delle curve regolari. Cambiamento di parametrizzazione, curve equivalenti. Integrale curvilineo di una funzione.

**Funzioni di più variabili** - Elementi di topologia in  $\mathbb{R}^n$ : intorno sferico; punti interni, esterni e di frontiera; insiemi aperti e chiusi, insiemi limitati, connessi. Nozione di successione convergente. Generalità sulle funzioni di  $n$  variabili. Funzioni di due variabili: limiti e continuità. Teoremi sulle funzioni continue.

**Calcolo differenziale per funzioni di più variabili** - Derivate parziali, gradiente. Derivate seconde, matrice Hessiana. Teorema di Schwartz. Differenziabilità e approssimazione lineare, iperpiano tangente. *Differenziabilità e continuità. Teorema del differenziale.* Derivate direzionali. Derivate direzionali e *formula del gradiente*. Direzione di massima pendenza. Teorema di derivazione di funzioni composte. *Teorema di Lagrange*. Estremi relativi di una funzione di  $n$  variabili. Estremi relativi di una funzione di due variabili. Punti critici, punti sella, condizione necessaria del I ordine, condizione necessarie e condizioni sufficienti del II ordine. Classificazione punti critici. Condizione sufficiente per funzione di  $n$  variabili.

**Funzioni vettoriali di più variabili** - Funzioni vettoriali di  $n$  variabili, generalità, calcolo differenziale, matrice Jacobiana. Trasformazioni di coordinate: coordinate polari nel piano, coordinate cilindriche e sferiche nello spazio. Superfici regolari. Piano tangente ad una superficie regolare. Versore normale. Superfici cartesiane. Superfici di rotazione.

**Integrali multipli** - Integrale doppio di una funzione limitata su rettangoli. Integrabilità delle funzioni continue. Formule di riduzione. Integrali doppi su domini non rettangolari, definizioni. Insiemi normali, regolari. Insiemi misurabili e insiemi di misura nulla. Proprietà dell'integrale. Formule di riduzione in domini normali. Formule di cambiamento di variabili. Cenni sugli integrali generalizzati. Cenni sugli integrali tripli. Formule di riduzione: integrazione per "fili" e per "strati".

**Campi vettoriali, forme differenziali** – Campi vettoriali. Operatori differenziali: gradiente, rotore, divergenza, identità differenziali. Integrale curvilineo di un campo, lavoro, definizione e proprietà. Campi conservativi, potenziale del campo, definizione e proprietà. *Integrale curvilineo di un campo conservativo. Prima caratterizzazione di un campo conservativo.* Caratterizzazione dei campi conservativi in aperti semplicemente connessi. Forme differenziali esatte e primitive. Integrale curvilineo di una forma differenziale e sue proprietà. Domini  $s$ -decomponibili.

**Integrali di superficie** - Area di una superficie. Integrali superficiali. Superfici orientabili. Flusso di un campo attraverso una superficie, definizione e proprietà. Teorema della divergenza nello spazio. Superfici regolari con bordo. Teorema di Stokes.

**Serie numeriche e serie di potenze** - Serie numeriche, *serie geometrica* e armonica, *condizione necessaria per la convergenza di una serie*. Serie a termini non negativi, regolarità, criterio del confronto e del confronto asintotico, criterio della radice e del rapporto. Serie assolutamente convergenti. Serie a segni alterni, Criterio di Leibnitz. Serie di potenze: insieme di convergenza, *raggio di convergenza e teoremi relativo: criterio della radice* e del rapporto per serie di potenze. Teorema di derivazione ed integrazione termine a termine. Serie di Taylor, funzioni sviluppabili in serie di Taylor, criterio di sviluppabilità, sviluppi notevoli.

**Funzioni complesse di una variabile reale** – Richiami sul campo complesso. Funzioni complesse di una variabile reale: limiti, continuità, derivabilità, formula fondamentale e sommabilità.

**Trasformata di Fourier** - Definizione di trasformata di Fourier. *Esempi notevoli* (della caratteristica di un insieme, di  $x(t)=e^{-|t|}$  e della gaussiana). Proprietà: linearità, continuità e limitatezza e andamento all'infinito. Proprietà rispetto alla traslazione e al riscaldamento. *Trasformata della convoluzione*. Derivata della trasformata e trasformata della derivata e loro conseguenze. Funzioni a decrescenza rapida e proprietà della loro trasformata.

Fanno parte integrante del programma esercizi relativi a tutti gli argomenti indicati.  
I teoremi in corsivo sono con dimostrazione.

### **Testi consigliati**

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, *Analisi Matematica 2*, Zanichelli Ed.  
Paolo Marcellini, Carlo Sbordone, *Esercitazioni di Analisi matematica Due*, Zanichelli Ed.  
G.C. Barozzi, *Matematica per l'Ingegneria dell'Informazione*, Zanichelli

Si possono inoltre consultare

N.Fusco, P.Marcellini, C.Sbordone, *Elementi di Analisi Matematica due*, Liguori Ed.  
M. Codegone, *Metodi Matematici per l'Ingegneria*, Zanichelli.  
S. Abenda - S. Matarasso, *Metodi Matematici*, Progetto Leonardo