

Esecizi funzioni di 2 e 3 variabili

1. Calcolare il dominio delle seguenti funzioni.

- $f(x, y) = x^3 + y^2 - xy$
- $f(x, y) = e^{x^2+y^2}x + y \cos x$
- $f(x, y) = \frac{x+2}{y+3}$
- $f(x, y) = \frac{y}{x^2+1} + e^x$
- $f(x, y) = \log(2x - 3y)$
- $f(x, y) = \sqrt{2x - 3y}$
- $f(x, y) = \frac{1}{25-x^2-y^2}$
- $f(x, y) = \sqrt{3x^2 - 5y}$
- $f(x, y) = \log(3x^2 - 5y)$
- $f(x, y) = \sqrt{\frac{x}{x-y}}$
- $f(x, y) = \log\left(\frac{x}{x-y}\right)$
- $f(x, y) = e^{\frac{1}{x^2+y^2}}$
- $f(x, y) = \sqrt{\frac{x-2}{y-2x}}$
- $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$
- $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}$
- $f(x, y, z) = \frac{xy}{z}$
- $f(x, y, z) = \log(x - y + z)$
- $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2-9}$
- $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2+y^2-4}$
- $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 - z}$

2. Calcolare le derivate parziali e scrivere il gradiente delle seguenti funzioni. Quando possibile calcolare il valore di tali derivate nel punto $(0, 0)$ e $(1, 2)$.

- $f(x, y) = x^3 + y^2 - xy$
- $f(x, y) = e^{x^2+y^2}x + y \cos x$
- $f(x, y) = \frac{y-1}{x^2+4} + e^x$
- $f(x, y) = \frac{x+2}{y+3}$
- $f(x, y) = \log(2x - 3y)$
- $f(x, y) = \sqrt{2x - 3y}$
- $f(x, y) = \frac{1}{25-x^2-y^2}$
- $f(x, y) = \sqrt{3x^2 - 5y}$
- $f(x, y) = \log(3x^2 - 5y)$
- $f(x, y) = e^{\frac{1}{x^2+y^2}}$
- $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$
- $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}$

- $f(x, y, z) = \frac{xy}{z}$
- $f(x, y, z) = \log(x - y + z)$
- $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 - 4}$
- $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 - z}$

3. Calcolare le derivate seconde delle funzioni al punto precedente e la matrice Hessiana.

4. (facoltativo) Calcolare i seguenti limiti di funzioni radiali

- $\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{(x^2 + y^2)^5}}$
- $\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2 + y^2} - 1}{x^2 + y^2}$
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\log(1 + \sqrt{x^2 + y^2})}{x^2 + y^2}$

5. Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico delle seguenti funzioni nel punto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$.

- $f(x, y) = x^2 + y^2$ e $(x_0, y_0) = (0, 0)$
- $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$ e $(x_0, y_0) = (1, 1)$
- $f(x, y) = x \arctan y$ e $(x_0, y_0) = (0, 0)$
- $f(x, y) = x^4 y^5 + 7$ e $(x_0, y_0) = (0, 0)$