

FUNZIONI DI DUE VARIABILI - ESERCIZI

(1) Sia assegnata la seguente funzione

$$f(x, y) = x^4 y^2 - 2xy + xy^3,$$

- i) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 0)$;
- ii) Determinare la derivata direzionale di f nel punto $(1, 0)$ nella direzione $(1, 1)$.

(2) Sia assegnata la seguente funzione

$$f(x, y) = 2xe^{-xy}.$$

- i) Calcolare il gradiente di f nel punto $(-1, 0)$;
- ii) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(-1, 0)$;
- iii) Determinare la direzione di massima pendenza di f nel punto $(-1, 0)$ e calcolare la derivata direzionale di f nella direzione determinata.

(3) Classificare i punti critici della seguente funzione

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy.$$

(4) Classificare i punti critici della seguente funzione

$$f(x, y) = e^{-(x+y)}(x^2 + y^2).$$

(5) Determinare e classificare, al variare di $K \in \mathbb{R}$, i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (x + 1)^2 + K(y - 1)^2$$

(6) Determinare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^4 - y^4$$

(7) Determinare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1.$$

(8) Determinare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x(y^2 + x) - 1$$

(9) Determinare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 12$$