INTRODUZIONE ALLA MATEMATICA

C.d.S. in Economia e Management

II Prova Intercorso – 18 dicembre 2023

Cognome: ____

Nome: ____

Matricola: ____

Domanda n.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta										

NOTA: Si prega di riportare le risposte in tabella.

1) Dato il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \log_5\left(\frac{2x^3-5x+3}{8x^5+3x-1}\right)$$

si può affermare che

A) $\lim_{x\to+\infty} \log_5\left(\frac{x^2-4x+5}{3x-2}\right) = 0.$

B) $\lim_{x\to+\infty} \log_5\left(\frac{x^2-4x+5}{3x-2}\right) = +\infty.$

C) $\lim_{x\to+\infty} \log_5\left(\frac{x^2-4x+5}{3x-2}\right) = -\infty.$

2) Dati $0 < a < 1$ e la funzione f definita mediante la legge $f(x) = a^x$, si può affermare che

A) f è strettamente crescente e convessa in tutto $\mathbb{R}$.

B) f è strettamente decrescente e concava in tutto $\mathbb{R}$.

C) f è strettamente decrescente e convessa in tutto $\mathbb{R}$.

3) Data una funzione $f: X \to \mathbb{R}$ che ammette derivata seconda, si può affermare che

A) se $f''(x) > 0, f$ è concava.

B) se $f''(x) > 0, f$ è convessa.

C) se $f''(x) < 0, f$ è convessa.

4) Data la funzione definita mediante la legge

$$f(x) = e^{5x^2} - \frac{5x^2-2x+1}{3x+1}$$

stabilire la risposta corretta

A) $f'(x) = 10xe^{5x^2} - \frac{(10x-2)(3x+1)-3(5x^2-2x+1)}{(3x+1)^2}$.

B) $f'(x) = 10xe^{5x^2} - \frac{(10x-2)(3x+1)-3(12x-7)}{(3x+1)^2}$.

C) $f'(x) = e^{10x} \quad - \frac{(10x-2)(3x+1)-3(5x^2-2x+1)}{(3x+1)^2}$.

5) Sia f la funzione definita dalla legge $f(x) = \log(1-x) - 2x$. Si può affermare che

A) f ha più di uno zero nell'intervallo $]-2,-1[$.

B) f ha un unico zero nell'intervallo $]-2,-1[$.

C) f non si annulla nell'intervallo $]-2,-1[$.

NOTA: log(argomento) = $\log_e$(argomento)=ln(argomento)

6) Dati $\underline{a}_1 = \left(-2,0,\frac{1}{2}\right)$, $\underline{a}_2 = (0,-1,-4)$, la loro combinazione lineare mediante $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = -1$ è

A) $\lambda_1\underline{a}_1 + \lambda_2\underline{a}_2 = (-4,1,5)$.

B) $\lambda_1\underline{a}_1 + \lambda_2\underline{a}_2 = (4,-1,5)$.

C) $\lambda_1\underline{a}_1 + \lambda_2\underline{a}_2 = (-4,-1,5)$.

7) Assegnata la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

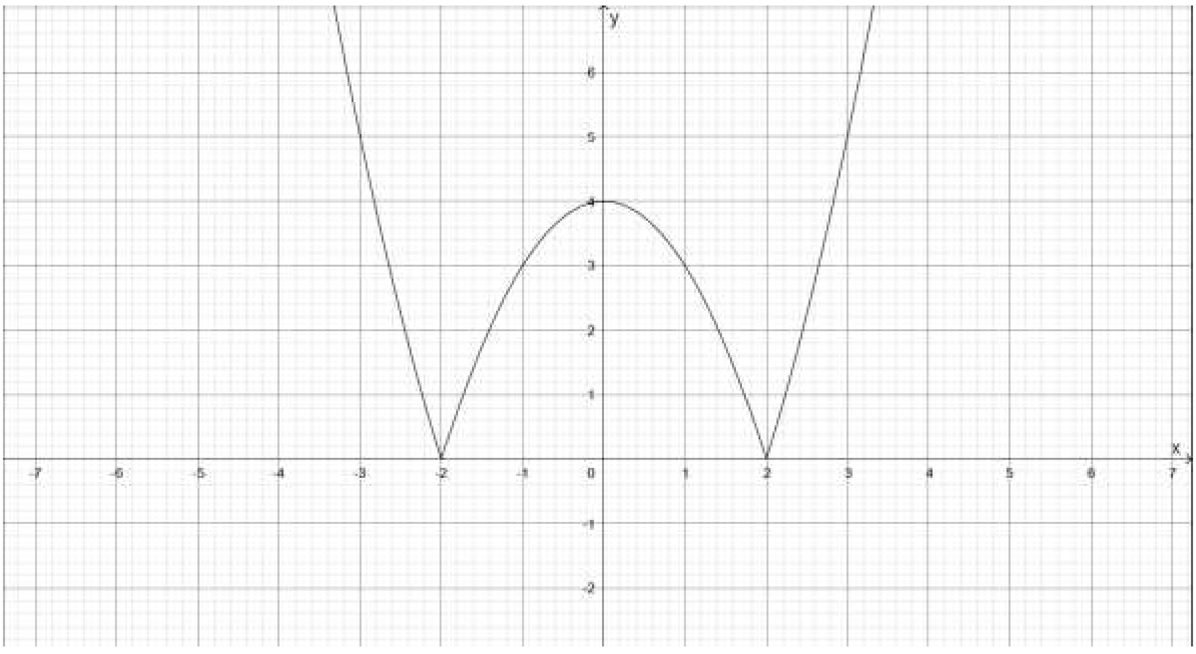
Si può affermare che

A) A è una matrice diagonale.

B) A è una matrice identica.

C) A è una matrice non singolare.

Si consideri il grafico della funzione $f(x)$ riportato in figura.



8) Facendo riferimento al grafico, si può affermare che

A) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

B) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

C) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$; $\nexists \lim_{x\to 0} f(x)$.

9) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) $f'(-1) > 0$ $f'(0) = 0$ $f''(0) < 0$.

B) $f'(-1) < 0$ $f'(0) = 0$ $f''(0) > 0$.

C) $f'(-1) > 0$ $f'(0) < 0$ $f''(0) < 0$.

10) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) nell'intervallo $[0,1]$ la funzione rispetta le ipotesi del teorema degli zeri.

B) nell'intervallo $[0,1]$ la funzione rispetta le ipotesi del teorema di Weierstrass.

C) nessuna delle precedenti.

ESERCIZIO

Data la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \frac{x-3}{e^x}$$

a) determinarne il campo di esistenza;
b) calcolare i limiti agli estremi del campo di esistenza;
c) determinare gli eventuali punti di minimo e di massimo relativo e calcolarne il valore;
d) dopo aver verificato se sono soddisfatte le condizioni del Teorema di Weierstrass nell'insieme $[3, 5]$, determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo assoluto.