

INTRODUZIONE ALLA MATEMATICA

C.d.S. in Economia e Management

II Prova Intercorso – 13 dicembre 2023

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

| Domanda n. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Risposta | | | | | | | | | | |

1) Dato il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{x^2 - 4x + 5}{3x - 2} \right)$$

si può affermare che

A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{x^2 - 4x + 5}{3x - 2} \right) = 0.$

B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{x^2 - 4x + 5}{3x - 2} \right) = +\infty.$

C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{x^2 - 4x + 5}{3x - 2} \right) = -\infty.$

2) Siano $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in X$ un punto in cui $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) < 0$. Si può affermare cheA) x_0 è un punto di minimo relativo.B) x_0 è un punto di massimo relativo.C) x_0 è un punto di flesso.3) Data una funzione $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ che ammette derivata seconda, si può affermare cheA) se $f''(x) > 0$, f è concava.B) se $f''(x) = 0$, f è concava.C) se $f''(x) > 0$, f è convessa.

4) Data la funzione definita mediante la legge

$$f(x) = 3x^4 e^{x^2 - 4x + 2}$$

stabilire la risposta corretta

A) $f'(x) = 12x^4 e^{x^2-4x+2} + 12x^3(2x-4)e^{x^2-4x+2}$.

B) $f'(x) = 12x^3 e^{x^2-4x+2} + (6x^5 - 12x^4)e^{x^2-4x+2}$.

C) $f'(x) = 12x^3 e^{2x-4}$.

5) Sia f la funzione definita dalla legge $f(x) = x + 2 \log x - 2$. Si può affermare che

A) f ha più di uno zero nell'intervallo $[1,2]$.

B) f ha un unico zero nell'intervallo $[1,2]$.

C) f non si annulla nell'intervallo $[1,2]$.

6) Dati $\underline{a}_1 = (-1, 4, -3)$, $\underline{a}_2 = (2, 0, -\frac{1}{2})$, la loro combinazione lineare mediante $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = -1$ è

A) $\lambda_1 \underline{a}_1 + \lambda_2 \underline{a}_2 = (-5, 12, -\frac{17}{2})$.

B) $\lambda_1 \underline{a}_1 + \lambda_2 \underline{a}_2 = (-5, 12, -17)$.

C) $\lambda_1 \underline{a}_1 + \lambda_2 \underline{a}_2 = (5, -12, -\frac{17}{2})$.

7) Assegnata la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

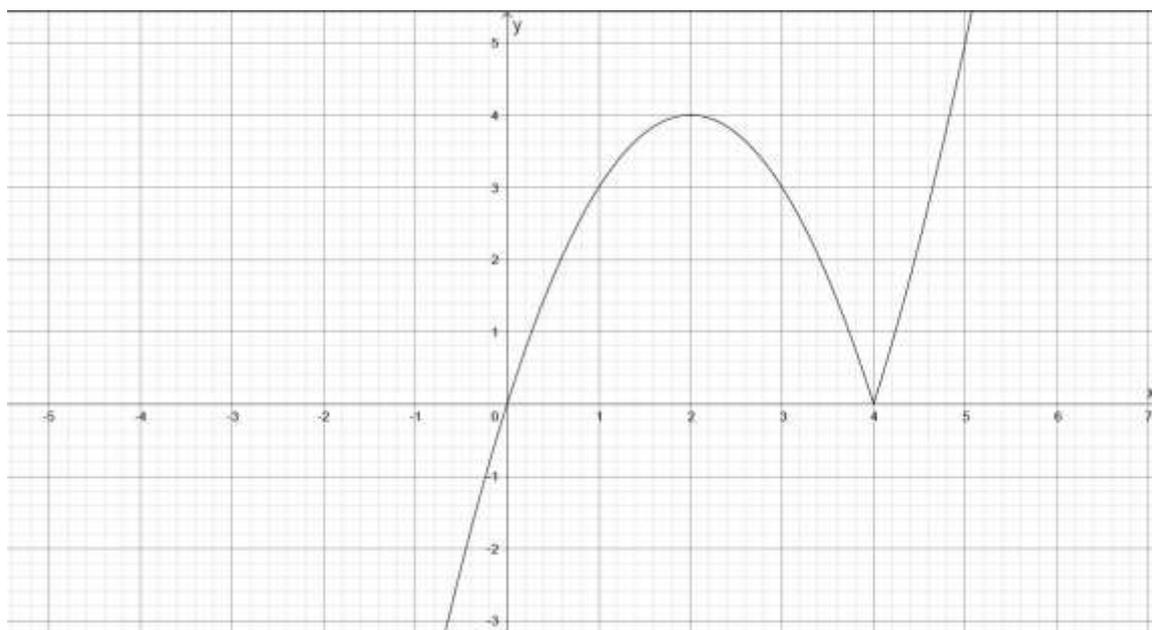
Si può affermare che

A) A è una matrice triangolare superiore.

B) A è una matrice singolare.

C) A è una matrice non singolare.

Si consideri il grafico della funzione $f(x)$ riportato in figura.



8) Facendo riferimento al grafico, si può affermare che

A) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

B) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$; $\nexists \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$.

C) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

9) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) $f'(2) > 0$ $f''(2) > 0$ $f'(4) = 0$.

B) $f'(2) = 0$ $f''(2) < 0$ $\nexists f'(4)$.

C) $f'(2) = 0$ $f''(2) > 0$ $f'(4) = 0$.

10) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) nell'intervallo $[1,2]$ la funzione rispetta le ipotesi del teorema degli zeri.

B) nell'intervallo $[1,2]$ la funzione ammette massimo assoluto ma non ammette minimo assoluto.

C) nessuna delle precedenti.

ESERCIZIO

Data la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \frac{\log(x-1)}{x-1}$$

- determinarne il campo di esistenza;
- calcolare i limiti agli estremi del campo di esistenza;
- determinare gli eventuali punti di minimo e di massimo relativo;
- dopo aver verificato se sono soddisfatte le condizioni del Teorema di Weierstrass nell'insieme $[2, 6]$, determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo assoluto.

