INTRODUZIONE ALLA MATEMATICA

C.d.S. in Economia e Management

II Prova Intercorso – 13 dicembre 2023

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Domanda n.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta										

1) Dato il seguente limite

$$\lim_{x\to-\infty} \log_2\left(e^{x^3+4x^2-5}\right)$$

si può affermare che

A) $\lim_{x\to-\infty} \log_2\left(e^{x^3+4x^2-5}\right) = -\infty$.

B) $\lim_{x\to-\infty} \log_2\left(e^{x^3+4x^2-5}\right) = +\infty$.

C) $\lim_{x\to-\infty} \log_2\left(e^{x^3+4x^2-5}\right) = 0$.

2) Dati $0 < a < 1$ e la funzione f definita mediante la legge $f(x) = \log_a x$, si può affermare che

A) f è strettamente crescente e concava in $]0, +\infty[$.

B) f è strettamente decrescente e concava in $]0, +\infty[$.

C) f è strettamente decrescente e convessa in $]0, +\infty[$.

3) Data una funzione $f: X \to \mathbb{R}$ che ammette derivata prima in $x \in X$, si può affermare che

A) se $f'(x) < 0, f$ è decrescente.

B) se $f'(x) > 0, f$ è decrescente.

C) se $f'(x) < 0, f$ è crescente.

4) Data la funzione definita mediante la legge

$$f(x) = 5x^3 - \sqrt{3x^2 - 2x + 5}$$

stabilire la risposta corretta

A) $f'(x) = 15x^3 - \frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+5}}$.

B) $f'(x) = 15x^2 - \frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+5}}$.

C) $f'(x) = 15x^2 - \frac{6x^2-2x}{2\sqrt{3x^2-2x+5}}$.

5) Sia f la funzione definita dalla legge $f(x) = e^x + x$. Si può affermare che

A) f ha più di uno zero nell'intervallo $]0,1[$.

B) f ha un unico zero nell'intervallo $]0,1[$.

C) f non si annulla nell'intervallo $]0,1[$.

6) Dati $\underline{a}_1 = \left(4, \frac{5}{2}, -1\right)$, $\underline{a}_2 = \left(-2, -1, \frac{3}{2}\right)$ e il prodotto scalare $\underline{a}_1 \cdot \underline{a}_2'$, si può affermare che

A) $\underline{a}_1 \cdot \underline{a}_2' = -12$.

B) $\underline{a}_1 \cdot \underline{a}_2' = -4$.

C) $\underline{a}_1 \cdot \underline{a}_2' = 0$.

7) Assegnata la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

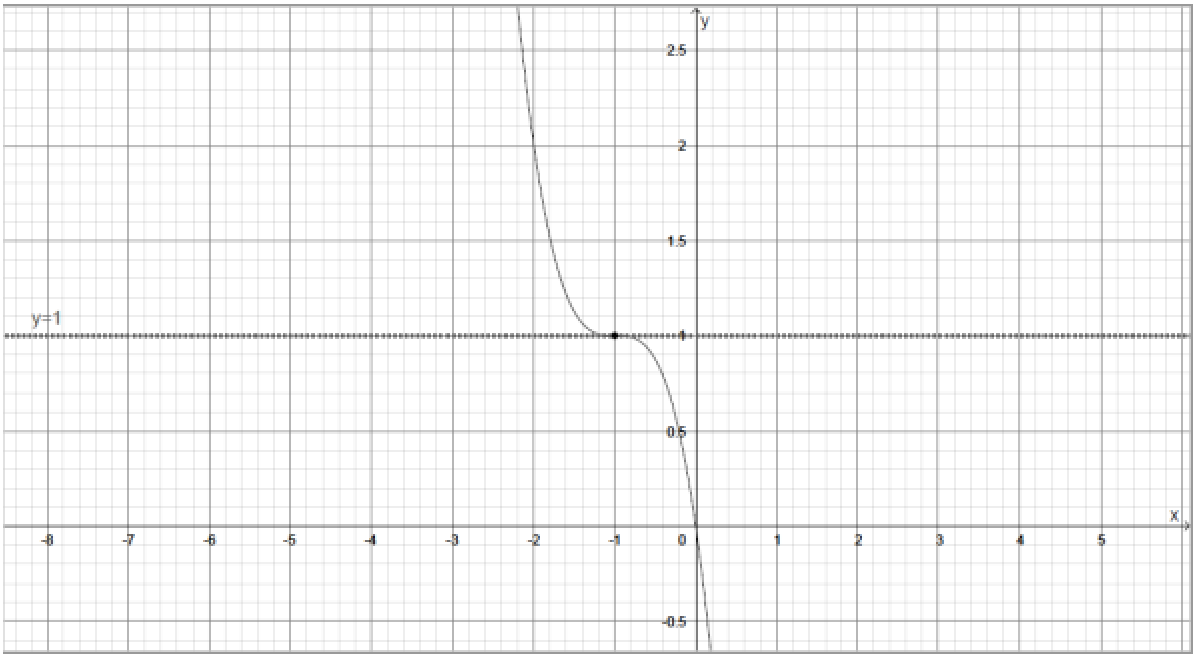
Si può affermare che

A) A è una matrice diagonale.

B) A è una matrice identica.

C) A è una matrice non singolare.

Si consideri il grafico della funzione $f(x)$ riportato in figura.



8) Facendo riferimento al grafico, si può affermare che

A) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

B) $\lim_{x \to -1} f(x) = 1$; $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

C) $\nexists \lim_{x \to -1} f(x)$; $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$.

9) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) $f'(-2) > 0$ $f'(0) < 0$ $f''(0) > 0$.

B) $f'(-2) < 0$ $f'(0) < 0$ $f''(0) < 0$.

C) $f'(-2) < 0$ $f'(0) < 0$ $f''(0) = 0$.

10) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) nell'intervallo $[-2, -1]$ la funzione rispetta le ipotesi del teorema degli zeri.

B) il minimo assoluto della funzione nella restrizione $[-2, -1]$ è 1.

C) nessuna delle precedenti.

ESERCIZIO

Data la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \frac{1}{2} x \log x$$

a) determinarne il campo di esistenza;
b) calcolare i limiti agli estremi del campo di esistenza;
c) determinare gli eventuali punti di minimo e di massimo relativo;
d) dopo aver verificato se sono soddisfatte le condizioni del Teorema di Weierstrass nell'insieme $\left[\frac{1}{5}, 1\right]$, determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo assoluto.