F. esponenziale

$y = f(x) = a^x \qquad a > 0$

$a > 0$ e $a \neq 1$

$x = \underbrace{\log_a y}_{f^{-1}(y) = g(y)}$; x è quell'elemento tale che: $\boxed{a^x = y}$ se $a \neq 1$

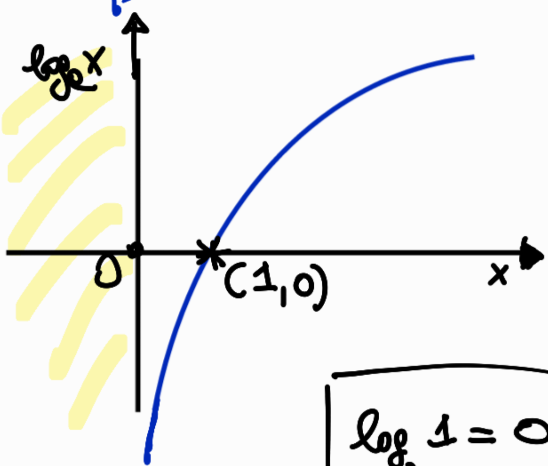
F. logaritmo (o logaritmica)

$$\boxed{f:\ x \in \mathbb{R}^+ =]0,+\infty[\to f(x) = \log_a x \in \mathbb{R} =]-\infty,+\infty[,}$$

con $\boxed{a > 0 \text{ e } a \neq 1.}$

CASO 1

$\boxed{a > 1}$



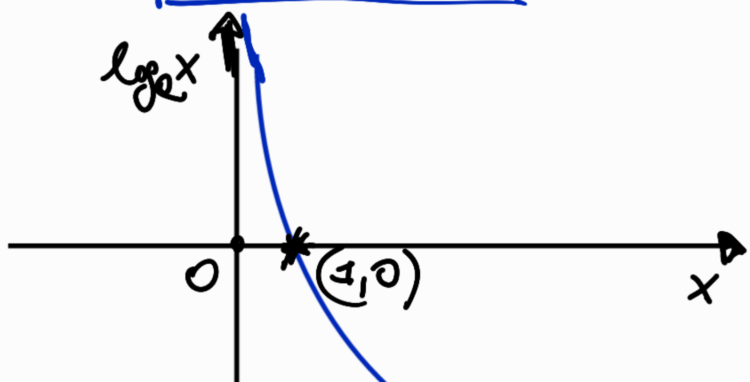
$\boxed{\log_a 1 = 0}$

$\log_2 1 = 0$

$\log_{(1/3)} 1 = 0$

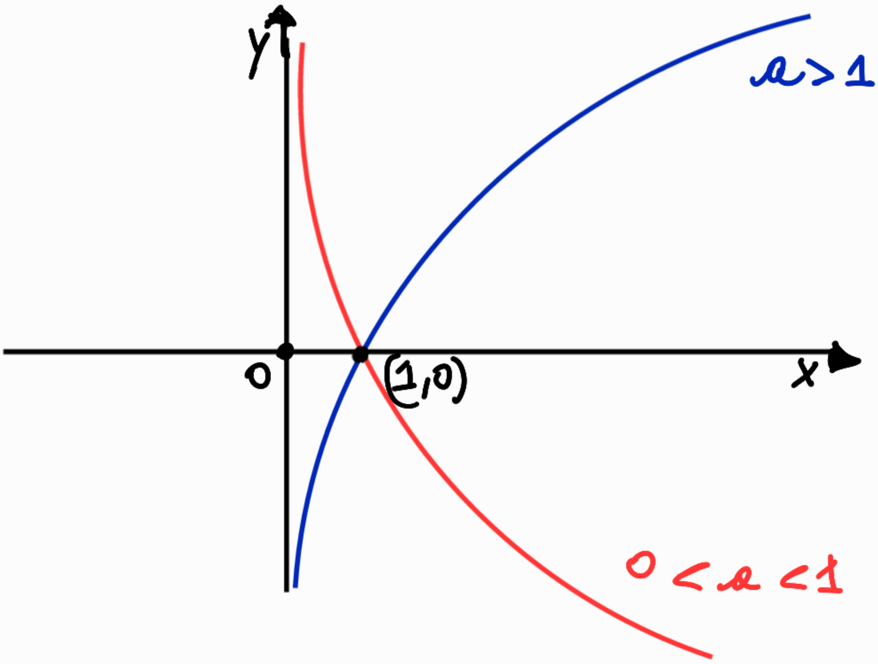
CASO 2

$\boxed{0 < a < 1}$



$\log 1 = 0$

$\ln 1 = 0$



Dominio: $X = \mathbb{R}^+ =]0, +\infty[$

Codominio: $Y = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$

ed estremi assoluti

$\inf f(x) = -\infty$

$\sup f(x) = +\infty$

f. illimitata (inf. e super.)

Estremi relativi: NO

Monotonia: • $a > 1 \Rightarrow$ f. è strett. crescente $\forall x \in X$

• $0 < a < 1 \Rightarrow$ f. è decrescente

F. nè pari nè dispari

F. suriettiva su $\mathbb{R}$ \
F. iniettiva } $\Rightarrow$ f. biunivoca $\Leftrightarrow$ f. invertibile

$\Downarrow$

la sua inversa è la funzione esponenziale

Esempi - Campo di esistenza

f. elementare

$\boxed{\log_2 x}$

• $f(x) = \log_2 (3x^2 - 4x + 5)$

$E[f(x)] = \{x \in \mathbb{R} : 3x^2 - 4x + 5 > 0\} =]-\infty, +\infty[$

$3x^2 - 4x + 5 \geq 0$

$a = 3$

$b = -4$

$c = 5$

eq. associata: $\boxed{3x^2 - 4x + 5 = 0}$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(3)(5) = 16 - 60 = -44 < 0$

l'eq. non ha soluzione

$\Downarrow$

$3x^2 - 4x + 5 > 0 \iff \forall x \in \mathbb{R}$

la base $a = e$, detto numero di Nepero (circa $2,72$) o base naturale

CASO 1

$\log x = \log_{10} x$

$\ln x = \log_e x$

CASO 2

$$\boxed{\begin{array}{l} \operatorname{Log} x = \log_{10} x \\ \log x = \log_e x \end{array}}$$

$$f(x) = \log\left(\frac{2x-1}{x^2+2}\right)$$

$$E[f(x)] = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x-1}{x^2+2} > 0 \right\} = \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$$

$$\frac{2x-1}{x^2+2} > 0 \iff \begin{cases} 2x-1>0 \\ x^2+2>0 \end{cases} \cup \begin{cases} 2x-1<0 \\ x^2+2<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-1>0 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \cup \begin{cases} 2x-1<0 \\ \emptyset \end{cases}$$

$$2x-1>0 \cup \emptyset$$

$$2x-1>0 \iff \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} > \frac{1}{2} \iff$$

$$x > \frac{1}{2}$$

Equazioni di I grado

$$\boxed{ax+b=0} \qquad a, b \in \mathbb{R}$$

$$a \neq 0$$

$$ax+b=0 \iff \frac{\cancel{a}x}{\cancel{a}} = \frac{-b}{a} \iff x = \frac{-b}{a}$$

Esempio

$$3x+5=0 \iff \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{-5}{3}$$

$$-5x+\sqrt{2}=0 \iff 5x-\sqrt{2}=0 \iff \frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

Diseq. di I grado

$$\boxed{ax + b \;\substack{> \\ \geq \\ < \\ \leq}\; 0}$$

$a, b \in \mathbb{R}$

$a > 0$

(Se $a<0$, cambiare il segno al I e al II membro e alla disequazione)

1) $ax + b > 0 \iff \frac{ax}{a} > \frac{-b}{a} \iff x > -\frac{b}{a}$

2) $ax + b \geq 0 \iff x \geq -\frac{b}{a}$

3) $ax + b < 0 \iff x < -\frac{b}{a}$

4) $ax + b \leq 0 \iff x \leq -\frac{b}{a}$

Esempio

- $3x + 4 \geq 0 \iff 3x \geq -4 \iff x \geq -\frac{4}{3}$; $\left[\frac{4}{3}, +\infty\right[$.
- $-5x + 7 < 2 \iff 5x - 7 > -2 \iff \frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} > \frac{\cancel{5}}{\cancel{5}} \iff$

  $\iff x > 1$; $]1, +\infty[$