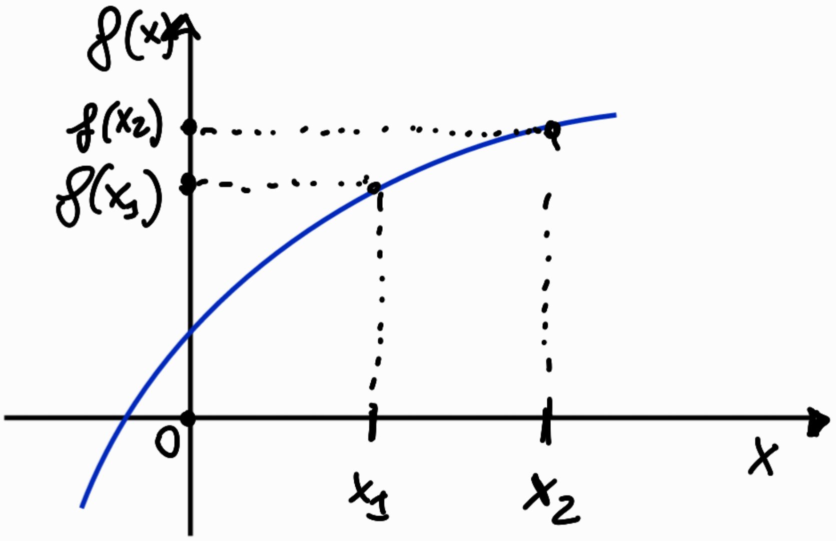
Monotonia

Caso 1

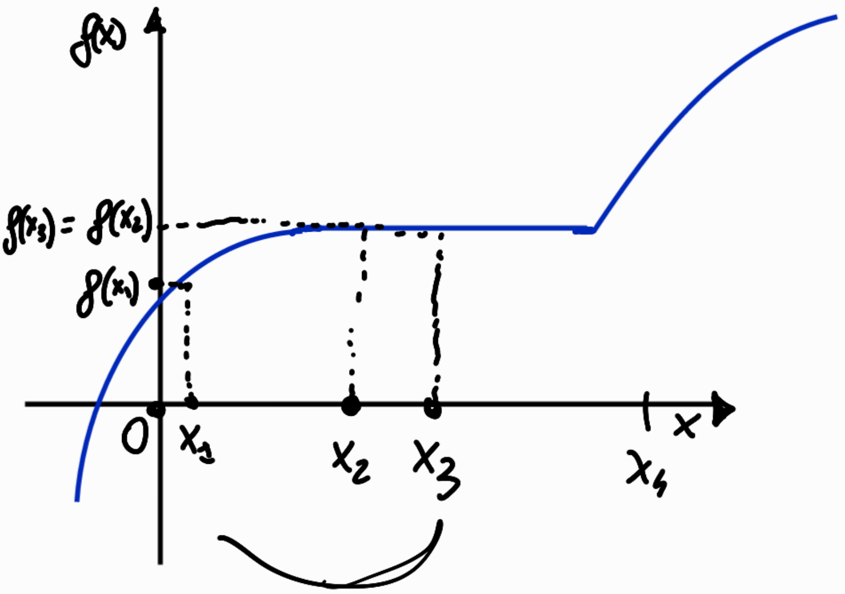


$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

Una funzione $f: X \to Y$ si dice strettamente crescente se:

$$\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in X, \text{ con } x_1 < x_2 : \quad f(x_1) < f(x_2)} \;.$$

CASO 2



$$x_1 < x_2 < x_3$$

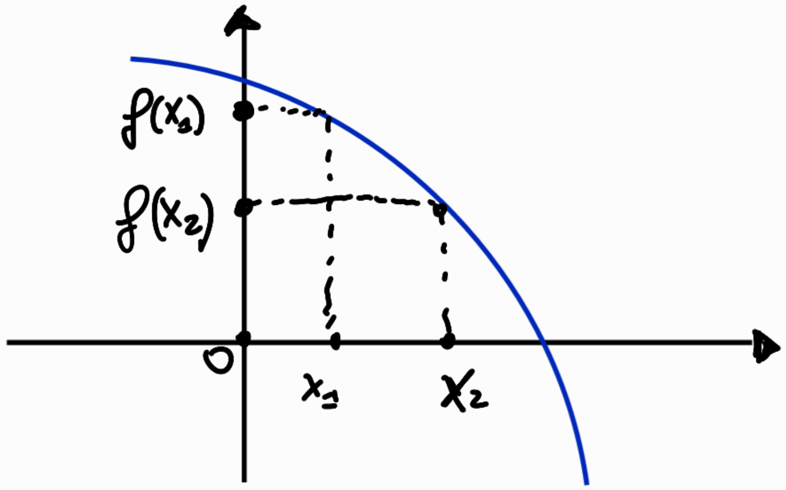
$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

$$x_2 < x_3 \Rightarrow f(x_2) = f(x_3)$$

Una funzione $f: X \to Y$ si dice crescente se accade che:

$$\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in X,\ \text{con } x_1 < x_2 :\ f(x_1) \leq f(x_2)}\ .$$

CASO 3

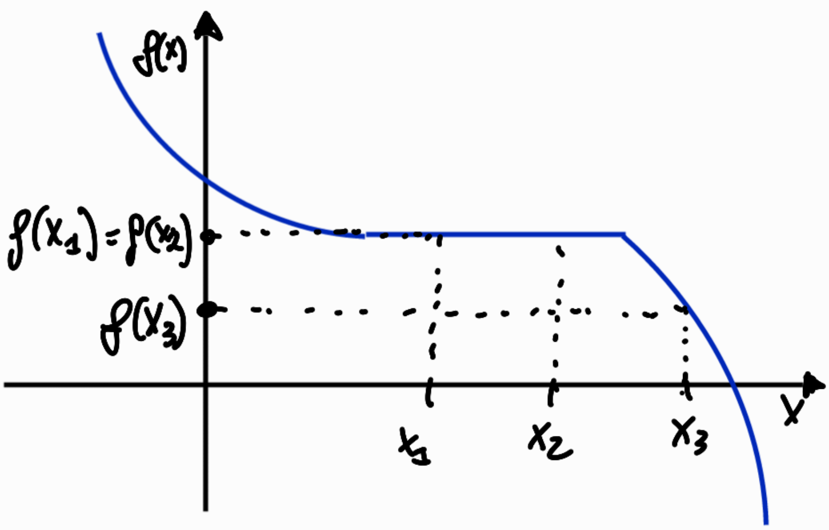


$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Una funzione $f: X \to Y$ si dice <u>strettamente decrescente</u> se accade che:

$$\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in X,\ \text{con } x_1 < x_2 :\ f(x_1) > f(x_2)}.$$

CASO 4



$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

$$x_2 < x_3 \Rightarrow f(x_2) > f(x_3)$$

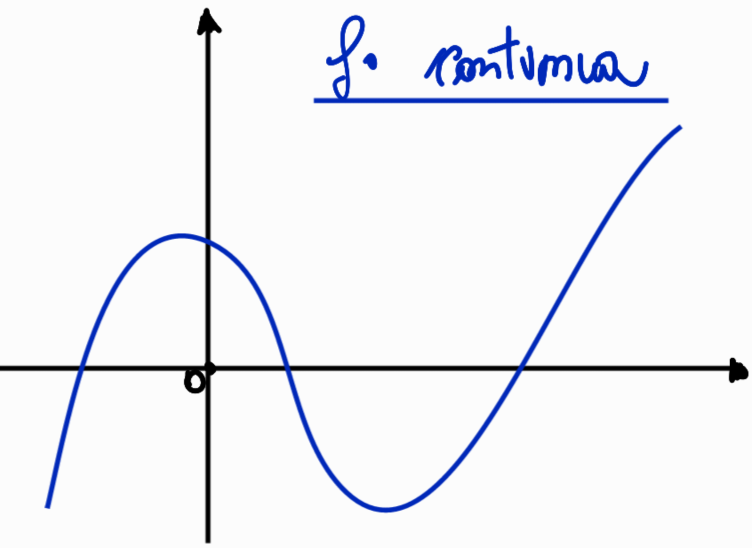
Una funzione $f: X \to Y$ si dice <u>decrescente</u> se accade che:

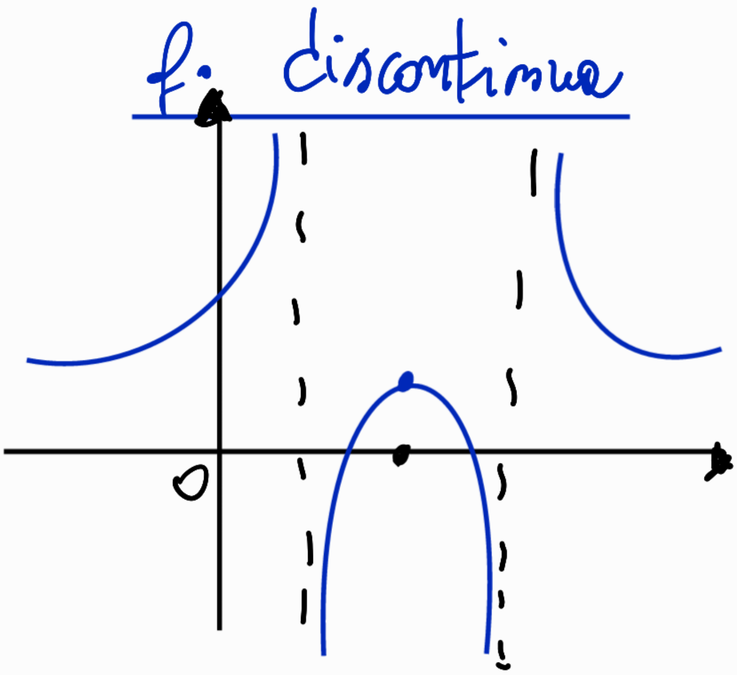
$$\boxed{\forall\, x_1, x_2 \in X,\ x_1 < x_2 : \quad f(x_1) \geq f(x_2)}.$$

Definizione

Una funzione che gode di una delle 4 proprietà sopra definite si dice <u>monotona</u>.

Esempio di funzione non - monotona



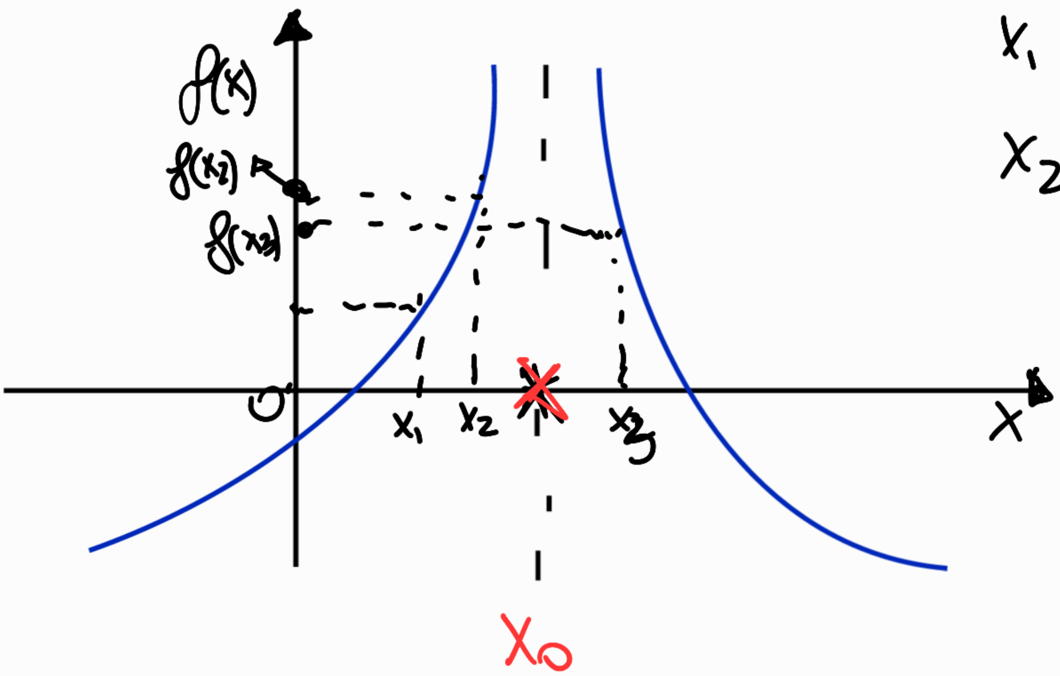


NOTA

- Se una funzione ammette max/min relativi $\Rightarrow$
  $\Rightarrow$ allora (sicuramente) la funzione è non monotona.

- Se so che una funzione è non monotona $\not\Rightarrow$

$\not\Rightarrow$ non è detto che la funzione ammetta minimi e massimi relativi.



$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

$x_2 < x_3 \Rightarrow f(x_2) > f(x_3)$

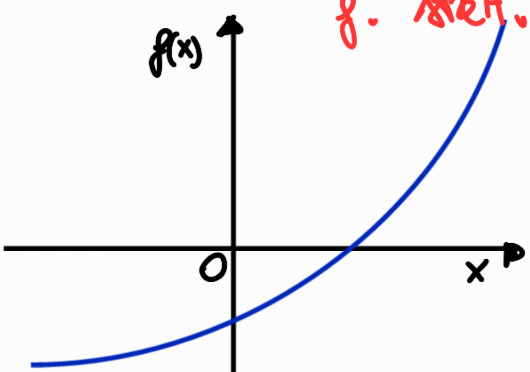
NOTA 2

- Se una funzione è monotona $\Rightarrow$ allora (sicuramente) non ammette max/min relativi.
- Se una funzione non ammette max/min relativi $\not\Rightarrow$

$\not\Rightarrow$ non è detto che la funzione sia monotona.

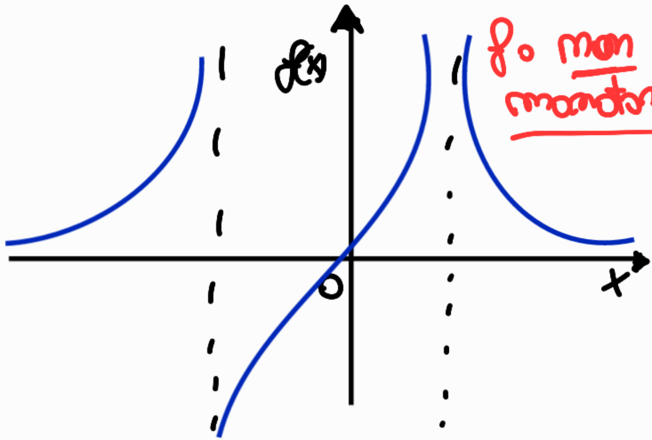
Esempio 1

NO MAX/MIN REL.
f. strett. cresc.



Esempio 2

NO MAX/MIN REL.
f. non monotona



Monotonia in un punto

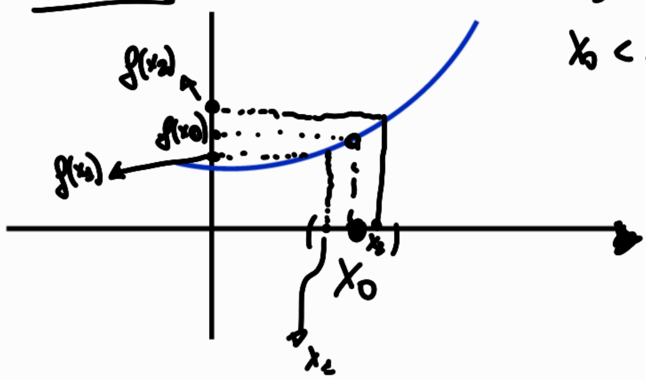
Sia $f: X \to Y$ e $x_0 \in X$.

- Se $\exists\, I \in \mathcal{I}(x_0)$ in cui la funzione sia strett. crescente, allora la funzione è strett. crescente in x_0.

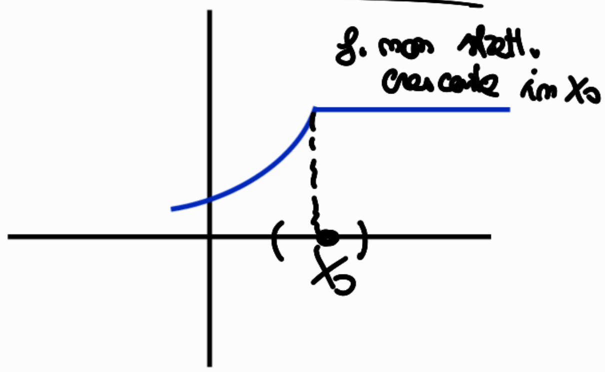
CASO A

$x_1 < x_0 \Rightarrow f(x_1) < f(x_0)$

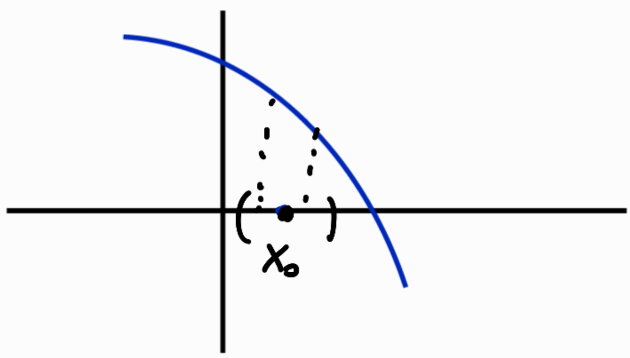
$x_0 < x_2 \Rightarrow f(x_0) < f(x_2)$

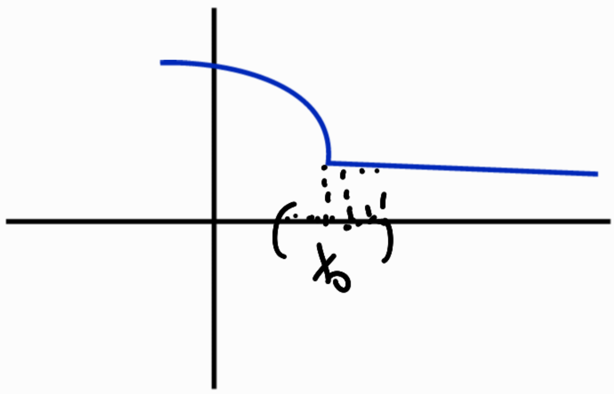


CASO B



- Se $\exists\, I \in \mathcal{I}(x_0)$ in cui la funzione sia strett. decrescente, allora la funzione f è strett. decrescente in x_0.





NOTA

- Se una funzione $f: X \to Y$ è "strettamente" crescente (decrescente) in tutto il suo dominio, allora sarà "strettamente" crescente (decrescente) in ogni punto $x \in X$.

- Se una funzione è "strettamente" crescente (decrescente) in un punto $x \in X$, non è detto che f sia altrettanto strettamente crescente (decrescente) in tutto il suo dominio X.