

Esercizi

ACS2_12 – Serie di Fourier.

1. Verificare, mediante il *Symbolic Math Toolbox*, le relazioni esistenti tra coefficienti di Fourier reali e complessi.
2. Dati i coefficienti di Fourier di $f(x)$ per l'intervallo $[-\pi, +\pi]$, determinare le formule per i coefficienti di Fourier nell'intervallo $[0, 2\pi]$ mediante applicazione della *Proprietà dello Shift* ai coefficienti di Fourier nell'intervallo $[-\pi, +\pi]$. Analogamente per l'intervallo $[0, T]$ rispetto a $[-T/2, +T/2]$. Cosa cambia nelle formule per i due intervalli?
3. Disegnare una ridotta opportuna $S_N(x)$ della Serie di Fourier $S(x)$ della seguente funzione $f(x)$ relativamente all'intervallo $[1-\pi, 1+\pi]$:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & x < 1 \\ +1 & x > 1 \end{cases}$$

Cosa si può dire sulla convergenza della successione $\{S_N(x)\}_N$ alla $f(x)$ nell'intervallo considerato e come si può stimare numericamente $\|f(x) - S_N(x)\|_2$.

4. Approssimare numericamente la funzione $f(x) = \cos(2x) - \sin(x)$ nell'intervallo $[\pi/2 - 2\pi, \pi/2 + 2\pi]$ mediante le ridotte della sua Serie di Fourier di ordine rispettivamente 21, 41, 61. Approssimare, sempre mediante Serie di Fourier, anche la sua derivata prima e seconda, confrontando i risultati ottenuti con le derivate di $f(x)$ calcolate simbolicamente.