COGNOME: NOME: MATR:

1. Sia la funzione di utilità di una generica consumatrice pari a U = x2y e siano i prezzi dei due beni pari a pX= 10 e pY = 5 con un reddito disponibile pari a m=300. Descrivere e risolvere il problema di scelta ottima.

**SOLUZIONE:** la funzione di utilità è del tipo Cobb Douglas, quindi curve di indifferenza convesse. La scelta ottima è quindi un paniere tangente tra la curva di indifferenza e la retta di bilancio. Un primo metodo di soluzione è scrivere e risolvere il sistema di 2 equazioni dato da: retta di bilancio; SMS=rapporto tra i prezzi. Nel nostro esempio il sistema è:

$$\left\{\begin{array}{c}10x+5y=300\\\frac{2xy}{x^{2}}=\frac{10}{5}\end{array}\right.$$

Le coordinate del paniere ottimo saranno: x=20, y=20.

Un metodo di soluzione alternativo è scrivere il problema di massimizzazione vincolata e utilizzare il metodo dei moltiplicatori di Lagrange per trovare le coordinate del paniere ottimo. Nel nostro esempio il problema è:

$$Max x^{2}y $$

$$sub 10x+5y=300 $$

E la funzione lagrangiana sarà:

$$L=x^{2}y+λ(300-10x-5y)$$

Con condizioni di primo ordine

$\left\{\begin{matrix}\frac{dL}{dx}=0\\\frac{dL}{dy}=0\\\frac{dL}{dλ}=0\end{matrix}\right. $ $\left\{\begin{matrix}\frac{dL}{dx}=2xy-10λ=0\\\frac{dL}{dy}=x^{2}y-5λ=0\\\frac{dL}{dλ}=300-10x-5y=0\end{matrix}\right.$

1. Un'impresa che produce auto dispone di 3 robot, e ha una tecnologia del tipo Y=3LK2. Se intende produrre 270 auto, quale sarà la domanda di lavoro che consente di minimizzare i costi di produzione? Se il prezzo del fattore lavoro e quello del fattore capitale sono, rispettivamente, 6 e 10, quale sarà il costo di produzione affrontato dall’impresa per produrre le 270 auto? Descrivere graficamente ed analiticamente la funzione di costo di breve periodo.

**SOLUZIONE:** la funzione di produzione è di tipo Cobb Douglas e siamo nel breve periodo, quindi la scelta del mix ottimale dei fattori è molto semplificata: il quantitativo di lavoro minimo necessario per consentire, dato lo stock di capitale già disponibile, di ottenere il livello di produzione desiderato. La funzione di produzione di breve periodo è: Y=27L, quindi per ottenere la produzione di 270 unità di output si sostituisce 270 alla Y nella funzione di produzione di breve periodo e si ottiene L=10. Il costo di produzione sostenuto è C(Y=270)=10\*6=60 , se consideriamo il costo del capitale come una spesa irrecuperabile. Se sapessimo invece che l’utilizzo del capitale nel nostro processo produttivo ha un costo opportunità, allora dovremmo tenerne conto nel calcolo dei costi di breve periodo. La funzione di costo di breve periodo, sotto l’ipotesi che il costo del capitale sia una spesa irrecuperabile, è: C(Y)=6\*(Y/27).

1. Data una tecnologia che consente di produrre una unità di output con *a* unità di capitale e *b* di lavoro, descrivere le proprietà e la mappa degli isoquanti.

**SOLUZIONE:** la tecnologia descritta prevede l’utilizzo degli input in proporzioni fisse ed è rappresentata da una mappa di isoquanti ad angolo retto, il cui vertice giace lungo la bisettrice che ha per equazione il rapporto di utilizzo ottimale dei due fattori produttivi. Nel nostro esempio, la funzione di produzione è:

$$Y=min\left\{\frac{K}{a},\frac{L}{b}\right\}$$

e il rapporto ottimale di utilizzo è:

$$\frac{K}{a}=\frac{L}{b} ovvero K=\frac{a}{b}L$$

Se ad esempio a=1 e b=2, la bisettrice sarebbe K=(1/2)L, e la tecnologia consentirebbe di produrre una unità di output con 1 unità di capitale e 2 di lavoro.

1. Si assuma che l’attività produttiva di una data impresa sia rappresentata da una funzione di produzione del tipo:

$Y=\sqrt{KL}$.

Se i prezzi dei due input sono r= 2  e w = 8  , individuare il mix ottimale dei fattori per produrre Y=100. Quale è il costo minimizzato? E la funzione di costo?

**SOLUZIONE:** la funzione di produzione è del tipo Cobb Douglas, quindi isoquanti convessi. La scelta ottima è quindi un mix di fattori che si trova nel punto di tangenza tra l’isoquanto corrispondente alla produzione desiderata e la retta di isocosto più bassa. Un primo metodo di soluzione è scrivere e risolvere il sistema di 2 equazioni dato da: funzione di produzione; SMST=rapporto tra i prezzi. Nel nostro esempio il sistema è:

$$\left\{\begin{array}{c}Y=\sqrt{KL}\\\frac{K}{L}=\frac{8}{2}\end{array}\right.$$

Le coordinate del mix ottimo saranno: K=200, L=50.

Un metodo di soluzione alternativo è scrivere il problema di minimizzazione vincolata e utilizzare il metodo dei moltiplicatori di Lagrange per trovare le coordinate del mix dei fattori. Nel nostro esempio il problema è:

$$Min 8L+2K $$

$$sub \sqrt{KL}=100 $$

E la funzione lagrangiana sarà:

$$8L+2K+λ(100-\sqrt{KL})$$

Con condizioni di primo ordine

 $\left\{\begin{matrix}8-λK^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}=0\\2-λK^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}=0\\100-\sqrt{KL}=0\end{matrix}\right.$

1. Una impresa monopolistica fronteggia due distinte curve di domanda per il proprio prodotto:

q1 =500 -5 p e q2= 600 -4 p

e pratica la discriminazione di prezzo. Individuare prezzo e profitti ottenuti in ciascun mercato, sapendo che la funzione di costo è: C(q) =10.000 +10q, dove C(q) è il costo totale e q la quantità complessivamente prodotta.

1. Rappresentare graficamente gli effetti di una tassa in somma fissa (accisa) sull'equilibrio di mercato quando la domanda ha elasticità nulla e l'incidenza giuridica è sui venditori. C'è traslazione dell'imposta, e in che misura?
2. Rappresentare graficamente il sentiero di espansione dell’impresa
3. Completare la seguente tabella e individuare la domanda di lavoro, sapendo che p=50

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| lavoro | output | Prodotto medio | Prodotto marginale |  |
| 0 | 0 | - | - |  |
| 1 | 8 |  |  |  |
| 2 |  | 7.5 |  |  |
| 3 | 21 |  |  |  |
| 4 |  |  | 3 |  |