

## ESERCITAZIONE 8

---

### La concorrenza perfetta

- Esercizio 1

In un mercato perfettamente concorrenziale, operano, nel breve periodo, 50 imprese identiche caratterizzate dalla seguente funzione di produzione:

$$Q(L, K) = L^{0,5}K^{0,5}$$

con  $\bar{K} = 4$  e il prezzo dei fattori K e L dato  $w = 4$  e  $r = 1$ . La funzione di domanda di mercato è:  $Q_d = 300 - 5P$ . Determinare:

1. l'offerta di breve periodo dell'impresa e del mercato;
2. il prezzo e la quantità di equilibrio del mercato, nonché la quantità prodotta e il profitto realizzato dalla singola impresa nel breve periodo;
3. il prezzo e la quantità di equilibrio e il numero delle imprese operanti nel mercato nel lungo periodo.

- Soluzione

1. Per ricavare la funzione di offerta della singola impresa occorre innanzitutto determinare la curva di costo di breve periodo di ciascuna impresa. Per fare ciò, sostituiamo il valore fisso di K nella funzione di produzione:

$$Q(L) = 2L^{0.5}$$

Quindi, la funzione di domanda dell'input lavoro in funzione della quantità prodotta è:

$$L = \frac{Q^2}{4}$$

La funzione di costo di breve periodo è:

$$TC = wL = 4 \frac{Q^2}{4} = Q^2$$

Si noti che tale funzione non include il costo per il capitale, poiché nel breve periodo abbiamo assunto che tale costo è fisso.

Calcoliamo il costo marginale derivando la funzione del costo totale rispetto alla quantità.

$$MC(Q) = \frac{\Delta TC(Q)}{\Delta Q}$$

$$MC(Q) = 2Q$$

Imponiamo la condizione di ottimo che massimizza il profitto nel mercato concorrenziale:

$$MC = P$$

$$2Q = P$$

$$Q_{singola\ impresa} = \frac{1}{2}P$$

$$Q_{sagg} = \left(\frac{1}{2}P\right) * 50 = 25P$$

2. Per trovare l'equilibrio di mercato, uguagliamo domanda e offerta di breve periodo:

$$Q_s = Q_d$$

$$25P = 300 - P$$

$$P^* = 10$$

$$Q^* = 250$$

per la singola impresa:

$$Q_{si} = \frac{1}{2}P$$

$$Q_i^* = 5$$

I profitti della singola impresa:

$$\pi = P * Q - TC = (10 * 5) - (5^2) = 25$$

3. Poiché nel breve periodo le imprese presenti sul mercato hanno un profitto positivo, nel lungo periodo nuove imprese decideranno di entrare sul mercato finché i profitti non si annulleranno, ovvero finché il prezzo non sarà uguale al costo medio minimo di lungo periodo (questo perché deve valere anche la condizione che il prezzo sia uguale al costo marginale, ma implica che il prezzo sia uguale al costo medio minimo, poiché il costo marginale interseca la curva di costo medio nel suo punto di minimo).

$$TC = wL + rK = Q^2 + 4$$

Quindi, la funzione di costo medio è:

$$AC = \frac{TC(Q)}{Q} = \frac{Q^2 + 4}{Q} = Q + \frac{4}{Q}$$

Il punto di minimo della curva AC è il punto per il quale essa interseca la curva del costo marginale

$$AC(Q) = MC(Q)$$

$$Q + \frac{4}{Q} = 2Q$$

$$\frac{Q^2 + 4}{Q} = 2Q$$

$$Q^2 + 4 = 2Q^2$$

$$Q_L = 2$$

$$2Q = P$$

$$P_L = 2 * 2 = 4$$

Per ricavare il numero delle imprese presenti sul mercato nel lungo periodo, determiniamo la quantità della domanda:

$$Q_d = 300 - 5 * 4 = 280$$

In equilibrio, deve valere l'uguaglianza tra quantità domandata e quantità offerta, ovvero:

$$280 = n_L * Q_L$$

Sostituiamo, quindi, il valore di  $q_L^*$ :

$$280 = n_L * 2$$

da cui si ottiene che:

$$n_L = 140$$

- Esercizio 2

Considerate un mercato in concorrenza perfetta in cui operano nel breve periodo 100 imprese di piccole dimensioni, tutte caratterizzate dalla stessa funzione di costo

$$TC(Q) = 100Q + 5Q^2$$

La domanda di mercato è data da  $Q_d = 4.000 - 10P$ .

1. Derivare la funzione del costo medio e marginale per la singola impresa;
2. determinare la funzione di offerta per la singola impresa e la funzione di offerta aggregata;
3. calcolare prezzo e quantità di equilibrio.

- Soluzione

1. Otteniamo il costo medio dividendo la funzione del costo totale per la quantità.

$$AC(Q) = \frac{TC(Q)}{Q}$$

$$AC(Q) = \frac{100Q + 5Q^2}{Q}$$

$$AC(Q) = 100 + 5Q$$

Otteniamo il costo marginale derivando la funzione del costo totale rispetto alla quantità.

$$MC(Q) = \frac{\Delta TC(Q)}{\Delta Q}$$

$$MC(Q) = 100 + 10Q$$

2. Imponiamo la condizione di ottimo che massimizza il profitto nel mercato concorrenziale:

$$MC = P$$

$$100 + 10Q = P$$

$$Q_s \text{ singola impresa} = \frac{P}{10} - 10$$

$$Q_s \text{ agg} = \left( \frac{P}{10} - 10 \right) * 100 = 10P - 1.000$$

3.

$$Q_s = Q_d$$

$$10P - 1.000 = 4.000 - 10P$$

$$P^* = 250$$

$$Q^* = 1.500$$

per la singola impresa:

$$Q^* = 15$$