

**ESERCITAZIONE 7**

---

**Le curve di costo**

- Esercizio 1

Completare la tabella seguente che mostra i diversi tipi di costi di un'impresa che produce fino a 6 unità di output. Se alcuni valori non possono essere determinati, motivare l'impossibilità di calcolo.

<b>Q</b>	<b>TC</b>	<b>TVC</b>	<b>TFC</b>	<b>AC</b>	<b>MC</b>	<b>AVC</b>
1	<b>100</b>	80	20	100	100	80
2	180	<b>160</b>	20	90	80	80
3	-	-	<b>20</b>	-	-	-
4	380	360	20	<b>95</b>	-	90
5	550	530	20	110	<b>170</b>	106
6	740	720	20	123,3	190	<b>120</b>

- Esercizio 2

Un'impresa ha a disposizione due input, lavoro ( $L$ ) e capitale ( $K$ ), e la sua funzione di produzione è pari a:

$$Q = LK$$

Supponete che il prezzo del lavoro sia di €2 per unità e che il prezzo del capitale sia di €1 per unità. Derivare le funzioni del costo totale e del costo medio di lungo periodo.

- Soluzione

1. Imponiamo la condizione di tangenza:

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$$

Per calcolare la produttività del lavoro e del capitale, utilizziamo le derivate parziali della funzione di produzione rispetto al lavoro e al capitale

$$MP_L = \frac{\delta Q}{\delta L} = K$$

$$MP_K = \frac{\delta Q}{\delta K} = L$$

$$\frac{K}{L} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{K}{L} = 2 \Rightarrow K = 2L$$

Sostituiamo la relazione ottimale di utilizzo degli input nella funzione di produzione:

$$Q = L(2L)$$

$$Q = 2L^2$$

$$L = \sqrt{\frac{Q}{2}}$$

Dato che  $K = 2L$

$$K = 2\sqrt{\frac{Q}{2}}$$

Sostituiamo i valori di  $K$  e  $L$  nella funzione di costo totale generica:

$$TC = wL + rK = 2\sqrt{\frac{Q}{2}} + 2\sqrt{\frac{Q}{2}}$$

$$TC = 4\sqrt{\frac{Q}{2}}$$

$$TC = \sqrt{8Q}$$

Il costo medio è dato invece da:

$$AC = \frac{TC(Q)}{Q} = \frac{\sqrt{8Q}}{Q}$$

$$AC = \sqrt{\frac{8}{Q}}$$

- Esercizio 3

La funzione del costo totale di un'impresa è pari a:

$$TC(Q) = 40Q - 10Q^2 + Q^3$$

1. Derivare le funzioni del costo medio e del costo marginale di lungo periodo.
2. Per quale intervallo di output la produzione è caratterizzata da economie di scala e per quale intervallo di output è affetta da diseconomie di scala?

- Soluzione

1. Otteniamo il costo medio dividendo la funzione del costo totale per la quantità.

$$AC(Q) = \frac{TC(Q)}{Q}$$

$$AC(Q) = \frac{40Q - 10Q^2 + Q^3}{Q}$$

$$AC(Q) = 40 - 10Q + Q^2$$

Otteniamo il costo marginale derivando la funzione del costo totale rispetto alla quantità.

$$MC(Q) = \frac{\Delta TC(Q)}{\Delta Q}$$

$$MC(Q) = 40 - 20Q + 3Q^2$$

2. Il punto di minimo della curva AC è il punto per il quale essa interseca la curva del costo marginale

$$AC(Q) = MC(Q)$$

$$40 - 10Q + Q^2 = 40 - 20Q + 3Q^2$$

$$2Q^2 - 10Q = 0$$

$$Q_{1,2} = \frac{10 + \sqrt{100 - 4(2 * 0)}}{2(2)} = 5$$

$$Q = 5$$

Ciò implica che il costo medio è minimo per  $Q = 5$ . Vi sono economie di scala quando la curva del costo medio è decrescente ( $Q < 5$ ) e diseconomie quando è crescente ( $Q > 5$ ).