Prof. Cristiana Fiorelli

Economia e Commercio

Microeconomia

A. A. 2021 – 2022

ESERCITAZIONE 6

Teoria della produzione

- Esercizio 1

Si assuma che l'attività produttiva di una data impresa sia rappresentata da una funzione di produzione del tipo:

$$Q = \sqrt{LK}$$

e i prezzi dei due input sono $w = 8$ e $r = 2$.

Determina la combinazione ottima degli input per $Q = 200$, $Q = 400$, $Q = 600$.

- Soluzione

1. L'impresa deve risolvere un problema di minimizzazione dei costi:

$$min\ TC = 8L + 2K$$

$$sub\ 200 = \sqrt{LK}$$

$$\Lambda(L, K, \lambda) = 8L + 2K + \lambda(200 - \sqrt{LK})$$

Imponiamo le condizioni di primo ordine per ottenere l’ottimo interno.

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta L} = 0; \quad 8 - \frac{1}{2}\lambda L^{-1/2}K^{1/2} = 0$$

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta K} = 0; \quad 2 - \frac{1}{2}\lambda K^{-1/2}L^{1/2} = 0$$

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta\lambda} = 0; \quad 200 - \sqrt{LK} = 0$$

Risolvendo il sistema con le prime due condizioni:

$$\frac{8}{2} = \frac{\frac{1}{2}L^{-1/2}K^{1/2}}{\frac{1}{2}K^{-1/2}L^{1/2}} \implies 4 = L^{-1}K$$

$$K = 4L$$

Sostituiamo la relazione ottimale di utilizzo degli input nella funzione di produzione:

$$200 = \sqrt{4L^2}$$

$$L = 100 \qquad K = 400$$

Se $Q = 400$

$$400 = \sqrt{4L^2}$$

$$K = 800 \qquad L = 200$$

Se $Q = 600$

$$600 = \sqrt{4L^2}$$

$$K = 1.200 \qquad L = 300$$

- <u>Esercizio 2</u>

Il calcolo della busta paga di 10.000 lavoratori di una grande impresa si può realizzare in un'ora di computer (*K*) e nessun impiegato in contabilità o in 10 ore di contabilità manuale (*L*) e nessun PC. PC e impiegati sono, di fatto, perfetti sostituti.

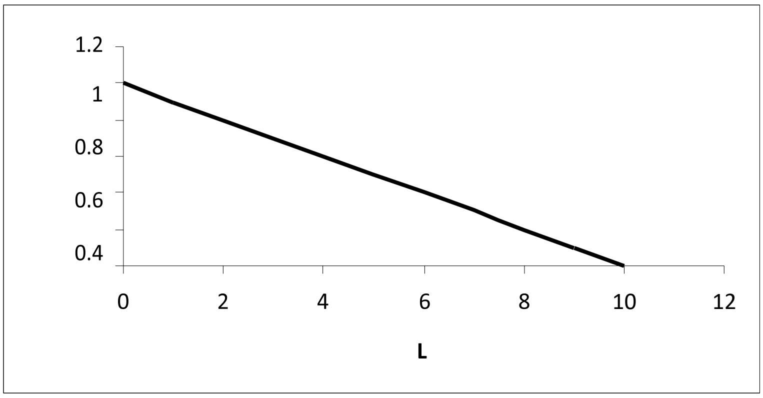
1. Rappresenta l'isoquanto che mostra tutte le possibili combinazioni di lavoro e capitale che consentono all'impresa di realizzare le 10.000 buste paga.
2. Se il computer costa € 5 l'ora e il lavoro impiegatizio costa € 7,5 l'ora, quale combinazione di L e K consente di minimizzare il costo totale di preparazione delle buste paga?
3. Se il prezzo del lavoro rimane inalterato, di quanto dovrebbe aumentare il prezzo del computer per prediligere l'utilizzo del lavoro rispetto al capitale?

- <u>Soluzione</u>

1. K e L sono perfetti sostituti, il che significa che la funzione di produzione è lineare e gli isoquanti sono rette. Possiamo scrivere la funzione di produzione come:

$$Q = 1.000L + 10.000K$$

dove Q è il numero di lavoratori per i quali viene calcolata la busta paga.



Per rappresentare l'isoquanto, calcoliamo i punti di intersezione con gli assi.

$$L = 0$$

$$10.000 = 10.000K$$

$$K = 1$$

$$K = 0$$

$$10.000 = 1.000L$$

$$L = 10$$

2. Se $w = 7{,}5$ e $r = 5$, l'isocosto risulta più ripido dell'isoquanto, il che implica che l'impresa utilizzerà solo computer (*K*) per minimizzare i costi.

$$min\ \ TC = 7{,}5L + 5K$$

$$sub\ \ 10.000 - 1.000L + 10.000K$$

$$\Lambda(L, K, \lambda) = 7{,}5L + 5K + \lambda(10.000 - 1.000L - 10.000K)$$

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta L} = 0; \quad 7{,}5 - 1.000\lambda = 0$$

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta K} = 0; \quad 5 - 10.000\lambda = 0$$

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta\lambda} = 0; \quad 10.000 - 1.000L + 10.000K = 0$$

$$\lambda = \lambda$$

$$\frac{7{,}5}{1.000} = \frac{5}{10.000}$$

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{1.000}{10.000} = 0{,}1 < \frac{w}{r} = \frac{7{,}5}{5} = 1{,}5$$

$$\frac{MP_L}{w} < \frac{MP_K}{r}$$

Il prodotto marginale per euro speso in lavoro è inferiore al prodotto marginale per euro speso in capitale, pertanto la combinazione che minimizza i costi di produzione sarà $K = 1$ e $L = 0$. Il costo totale di preparazione delle buste paga per 10.000 lavoratori è:

$$TC = 7{,}5(0) + 5(1) = 5$$

3. L'impresa utilizzerà lavoro impiegatizio solo se:

$$\frac{MP_L}{w} > \frac{MP_K}{r}$$

$$\frac{1.000}{7{,}5} > \frac{10.000}{r} = 75$$

- Esercizio 3

Nel breve periodo i costi di un'impresa manifatturiera presentano la seguente funzione:

$$TC(Q) = 70 + 23Q + 122Q^2$$

Supponendo che il valore di Q sia 5, determina le seguenti espressioni di costo: a) costo fisso, b) costo fisso medio, c) costo variabile, d) costo variabile medio, e) costo totale medio, f) costo marginale.

- Soluzione

a)

$$TFC = 70$$

b)

$$AFC = \frac{TFC}{Q} = \frac{70}{5} = 14$$

c)

$$TVC = 23Q + 122Q^2 = 3.165$$

d)

$$AVC = \frac{TVC}{Q} = \frac{23Q + 122Q^2}{Q} = 23 + 122Q = 633$$

e)

$$AC = \frac{TC(Q)}{Q} = \frac{70 + 23Q + 122Q^2}{Q} = \frac{70}{Q} + 23 + 122Q = 647$$

f)

$$MC(Q) = \frac{\Delta TC(Q)}{\Delta Q} = 23 + 2(122)Q = 1.243$$