

ESERCITAZIONE 5

La scelta di consumo intertemporale

- Esercizio 1

Si consideri un consumatore che vive in due periodi. Nel primo percepisce un reddito da lavoro pari a I_1 , mentre nel secondo percepisce un reddito I_2 garantito dalla previdenza sociale. Si assuma che la struttura delle sue preferenze intertemporali sia rappresentata dalla seguente funzione di utilità:

$$U(c_1, c_2) = \ln(c_1) + \ln(c_2)$$

dove c_1 e c_2 indicano i livelli di consumo scelti, rispettivamente, nel primo e nel secondo periodo e \ln è il logaritmo naturale. Determina:

1. il vincolo di bilancio intertemporale se il tasso di interesse r è pari al 5% i redditi percepiti nei due periodi sono pari, rispettivamente, a € 1.000 e € 500;
2. la scelta ottima di consumo e di risparmio.

- Soluzione

1. Il vincolo di bilancio del periodo corrente è pari a:

$$c_1 + s_1 = I_1$$

dove con s_1 indica il risparmio. Il vincolo di bilancio nel secondo periodo è pari a:

$$c_2 = I_2 + s_1(1 + r)$$

Per ottenere il vincolo intertemporale, ricaviamo s_1 dalla seconda equazione e lo sostituiamo nel vincolo del primo periodo:

$$c_2 = I_2 + I_1(1 + r) - c_1(1 + r)$$

La pendenza del vincolo è data da $-(1 + r)$.

$$c_2 = 500 + 1.000(1 + 0,05) - c_1(1 + 0,05)$$

$$c_2 = 1.550 - (1 + 0,05)c_1$$

2.

$$\Lambda(c_1, c_2, \lambda) = \ln(c_1) + \ln(c_2) + \lambda [1.550 - (1 + 0,05)c_1 - c_2]$$

Imponiamo le condizioni di primo ordine:

$$\frac{\delta \Lambda}{\delta c_1} = 0; \Rightarrow \frac{1}{c_1} - \lambda(1,05) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{c_1(1,05)}$$

$$\frac{\delta \Lambda}{\delta c_2} = 0; \Rightarrow \frac{1}{c_2} - \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{1}{c_2}$$

$$\frac{\delta \Lambda}{\delta \lambda} = 0; \Rightarrow 1.550 - (1,05)c_1 - c_2 = 0$$

$$c_2 = c_1(1,05)$$

Otteniamo la scelta ottimale sostituendo il valore di c_2 nel vincolo intertemporale:

$$c_1(1,05) = 1.550 - (1,05)c_1$$

$$c_1 = 738,1 \quad c_2 = 775$$

Il risparmio si ottiene sottraendo dal reddito del primo periodo il consumo del primo periodo:

$$s_1 = 1.000 - 738,1 = 261,9$$