Prof. Cristiana Fiorelli

Economia e Commercio

Microeconomia

A. A. 2021 – 2022

ESERCITAZIONE 4

Teoria della domanda

- Esercizio 1

La funzione di utilità di un ipotetico consumatore è

$$U(A, B) = 20AB.$$

Dove A e B indicano le quantità acquistate dei due beni. Se i prezzi di mercato dei due beni sono, rispettivamente, $P_A = 100$ e $P_B = 200$ e se il reddito è pari a € 50.000, calcola:

1. il paniere ottimo e l'utilità totale conseguita;
2. il nuovo paniere se i prezzi dei due beni cambiano e assumono i seguenti valori: $P_A = P_B = 150$;
3. la scomposizione delle variazioni del consumo dei due beni indotte dalla variazione dei prezzi e determina se i beni sono normali o inferiori.

- Soluzione

1. Il consumatore deve risolvere il seguente problema:

$$max\, U(A, B) = 20AB$$

$$sub\;\; 100A + 200B = 50.000$$

$$\Lambda(A, B, \lambda) = 20AB - \lambda(-50.000 + 100A + 200B)$$

Imponiamo le condizioni di primo ordine per ottenere l'ottimo interno.

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta A} = 0; \quad 20B - 100\lambda = 0$$

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta B} = 0; \quad 20A - 200\lambda = 0$$

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta\lambda} = 0; \quad 50.000 - 100A - 200B = 0$$

Risolvendo il sistema con le prime due condizioni:

$$B = \frac{1}{2}A$$

Otteniamo il paniere ottimale sostituendo il valore di B nel vincolo:

$$100A + 200\left(\frac{1}{2}A\right) = 50.000$$

$$A = 250 \qquad B = 125 \qquad U^* = 625.000$$

2. Se prezzo dei due beni è pari a $P_A = P_B = 150$, a parità di reddito, cambia la pendenza del vincolo di bilancio.

$$B = A$$

$$150A + 150(A) = 50.000$$

$$A^C = 166,66 \qquad B^C = 166,66$$

3. Determiniamo il paniere teorico.

$$U(A,B) = 20AB = 625.000$$

$$B = A$$

$$A^B = 176{,}77 \qquad B^B = 176{,}77$$

BENE A: effetto sostituzione = $A^B - A = 176{,}77 - 250 = -73{,}25$

effetto reddito = $A^C - A^B = 166{,}66 - 176{,}77 = -10{,}11$

BENE B: effetto sostituzione = $B^B - B = 176{,}77 - 125 = 51{,}77$

effetto reddito = $B^C - B^B = 166{,}66 - 176{,}77 = -10{,}11$

Il bene A è un bene normale in quanto vi è concordanza tra l'effetto sostituzione e l'effetto reddito, mentre il bene B è un bene inferiore in quanto l'effetto reddito ha segno opposto all'effetto sostituzione, ma di minore intensità.

- <u>Esercizio 2</u>

Le preferenze di un generico consumatore sono descritte dalla seguente funzione di utilità:

$$U(x, y) = xy$$

Se il consumatore dispone di un reddito pari a € 120, calcola:

1. il paniere ottimo quando il prezzo $P_x = 4$ e $P_y = 1$;
2. l'effetto reddito e l'effetto sostituzione in seguito all'aumento del prezzo del bene y a € 2;
3. la variazione compensativa e la variazione equivalente in seguito al cambiamento del prezzo.

- <u>Soluzione</u>

1.

$$max\, U(x, y) = xy$$

$$sub\;\; 4x + y = 120$$

$$\Lambda(x, y, \lambda) = xy - \lambda(-120 + 4x + y)$$

Imponiamo le condizioni di primo ordine per ottenere l'ottimo interno.

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta x} = 0; \quad y - 4\lambda = 0$$

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta y} = 0; \quad x - \lambda = 0$$

$$\frac{\delta\Lambda}{\delta\lambda} = 0; \quad 120 - 4x - y = 0$$

Risolvendo il sistema con le prime due condizioni:

$$y = 4x$$

Otteniamo il paniere ottimale sostituendo il valore di *y* nel vincolo:

$$4x + 4x = 120$$

$$x = 15 \qquad y = 60 \qquad U = 900$$

4. Se prezzo del bene *y* aumenta e passa da € 1 a € 2, a parità di reddito, cambia la pendenza del vincolo di bilancio.

$$y = 2x$$

$$4x + 2(2x) = 120$$

$$x^C = 15 \qquad y^C = 30 \qquad U^C = 450$$

Determiniamo il paniere teorico.

$$U(x, y) = xy = 900$$

$$y = 2x$$

$$2x^2 = 900$$

$$x^B = \sqrt{450} = 21{,}21 \qquad y^B = 2\sqrt{450} = 42{,}42$$

Effetto sostituzione = $y^B - y = 42{,}42 - 60 = -17{,}58$

Effetto reddito = $y^C - y^B = 30 - 42{,}42 = -12{,}42$

5. La variazione compensativa è uguale alla differenza tra il reddito effettivo del consumatore, €120, e il reddito necessario a comprare il paniere intermedio ai nuovi prezzi.

$$I = 4(21{,}21) + 2(42{,}42) = 169{,}68$$

Dunque, la variazione compensativa sarà pari a: $169,68 - 120 = 49,68$. La variazione equivalente è l'ammontare di reddito necessario per ottenere lo stesso livello di utilità che avrebbe il consumatore dopo la variazione di prezzo.

$$U(x, y) = xy = 450$$

$$y = 4x$$

$$4x^2 = 450$$

$$x^E = \sqrt{112{,}5} = 10{,}61 \qquad y^E = 4\sqrt{112{,}5} = 42{,}44$$

$$I = 4(10{,}61) + 42{,}44 = 84{,}88$$

Quindi la variazione equivalente sarà pari a: $84,88 - 120 = -35,12$