

ESERCITAZIONE 2

La scelta del consumatore

- Esercizio 1

Supponete che le preferenze di un consumatore in riferimento a due beni x e y siano descritte da una funzione di utilità pari a $U = \sqrt{x} + 2\sqrt{y}$.

1. Calcolare le utilità marginali dei due beni.
2. L'utilità marginale di x decresce, rimane costante oppure aumenta all'aumentare del consumo del bene x ? Motivare la risposta.
3. Calcolare MRS_{xy}
4. Lungo la curva di indifferenza MRS_{xy} risulta decrescente, costante o crescente quando il consumatore decide di scambiare un'unità del bene x con il bene y ?

- Soluzione

1. L'utilità marginale è il saggio a cui varia il livello di utilità totale (ΔU) in risposta ad un cambiamento nel livello del consumo (Δx). Si calcola come la derivata prima dell'utilità rispetto al bene x .

$$MU_x = \frac{\Delta U}{\Delta x}$$

$$MU_x = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \quad MU_y = \frac{1}{\sqrt{y}}$$

2. L'utilità marginale di x diminuisce all'aumentare del consumo di x . Il principio dell'utilità marginale decrescente afferma che l'utilità marginale diminuisce man mano che aumenta il consumo del bene: oltre un certo limite un ulteriore aumento del consumo di un bene determina una riduzione dell'utilità marginale di quel bene.
3. Il saggio marginale di sostituzione misura la disponibilità di un consumatore a sostituire un bene con un altro mantenendo lo stesso livello di utilità. È pari al rapporto tra le utilità marginali dei due beni x e y .

$$MRS_{x,y} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

$$MRS_{x,y} = \frac{1/2\sqrt{x}}{1/\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}}$$

Man mano che il consumatore sostituisce y con x , il MRS_{xy} diminuisce.

- Esercizio 2

Sia data la seguente funzione di utilità di un generico consumatore:

$$U = A^{0,5}B^{0,5}$$

e il prezzo dei due beni sia rispettivamente pari a € 10 e € 20. Se il consumatore dispone di un reddito pari a € 1.000, determina:

1. le quantità ottimali di A e di B e il livello di utilità;
2. le quantità ottimali di A e di B se il reddito a disposizione del consumatore raddoppia;
3. le quantità ottimali di A e di B se a parità di reddito del punto (2) il prezzo del bene A raddoppia.

- Soluzione

1. Il consumatore deve risolvere il seguente problema:

$$\max U(A, B) = A^{0,5}B^{0,5}$$

$$\text{sub } 10A + 20B = 1000$$

$$\Lambda(A, B, \lambda) = A^{0,5}B^{0,5} + \lambda(1.000 - 10A - 20B)$$

Imponiamo le condizioni di primo ordine per ottenere l'ottimo interno.

$$\frac{\delta \Lambda}{\delta A} = 0; \quad \frac{1}{2}B^{0,5}A^{-0,5} - 10\lambda = 0$$

$$\frac{\delta \Lambda}{\delta B} = 0; \quad \frac{1}{2}A^{0,5}B^{-0,5} - 20\lambda = 0$$

$$\frac{\delta \Lambda}{\delta \lambda} = 0; \quad 1000 - 10A - 20B = 0$$

Risolvendo il sistema con le prime due condizioni:

$$B = \frac{1}{2}A$$

Otteniamo il paniere ottimale sostituendo il valore di B nel vincolo:

$$10A + 20\left(\frac{1}{2}A\right) = 1.000$$

$$A = 50 \quad B = 25 \quad U = 35,35$$

2. Se il reddito raddoppia (€ 2.000) le quantità ottimali saranno pari a:

$$A = 100 \quad B = 50$$

3. Se il prezzo di A passa da € 10 a € 20, a parità di reddito, cambia la pendenza del vincolo di bilancio.

$$B = A$$

$$A = 50 \quad B = 50$$

- Esercizio 3

Considerate le preferenze di un consumatore per il cibo (C) e per l'abbigliamento (F). La sua funzione di utilità è $U(C, F) = CF$. Supponete che il cibo costi € 1 per unità mentre l'abbigliamento costi € 2 per unità e che il suo reddito sia pari a € 12.

1. Calcolare le quantità ottimali illustrando graficamente il risultato.
2. Supponete che il consumatore decida di acquistare con il suo reddito 4 unità di cibo e 4 di abbigliamento anziché il paniere ottimo. L'utilità marginale di C sarebbe maggiore o minore dell'utilità marginale di F? Per aumentare il suo livello di utilità dato il reddito, cosa dovrebbe fare il consumatore?

- Soluzione

1. Il consumatore deve risolvere il seguente problema:

$$\max U(C, F) = CF$$

$$\text{sub } C + 2F = 12$$

$$\Lambda(C, F, \lambda) = CF + \lambda(12 - C - 2F)$$

Imponiamo le condizioni di primo ordine per ottenere l'ottimo interno.

$$\frac{\delta \Lambda}{\delta C} = 0; \quad F - \lambda = 0$$

$$\frac{\delta \Lambda}{\delta F} = 0; \quad C - 2\lambda = 0$$

$$\frac{\delta \Lambda}{\delta \lambda} = 0; \quad 12 - C - 2F = 0$$

Risolvendo il sistema con le prime due condizioni:

$$F = \frac{1}{2}C$$

Otteniamo il paniere ottimale sostituendo il valore di F nel vincolo:

$$C + 2\left(\frac{1}{2}C\right) = 12$$

$$C = 6 \quad F = 3$$

In corrispondenza dell'ottimo il consumatore sceglierà 6 unità di cibo e 3 unità di abbigliamento in modo da ottenere un livello utilità pari a 18.

2. Se il consumatore decide di acquistare 4 unità di C e 4 unità di F, allora

$$\frac{MU_C}{P_C} = \frac{4}{1} > \frac{MU_F}{P_F} = \frac{4}{2}$$

Ciò implica che il consumatore potrebbe riallocare la spesa acquistando più cibo e meno abbigliamento e aumentare così la sua utilità totale. Infatti, in corrispondenza del paniere (4, 4) l'utilità totale è 16. Rinunciando ad una unità di abbigliamento il consumatore risparmia € 2 che possono essere usati per acquistare due unità di cibo (ciascuna delle quali costa € 1). Ciò si risolve in un nuovo paniere (6,3), un'utilità totale di 18, e una spesa di €12. Riallocando la spesa a favore del bene con la più alta utilità marginale per euro, il consumatore aumenta l'utilità totale, continuando a soddisfare il vincolo di bilancio.