

## **ESERCITAZIONE 11**

---

### **L'oligopolio**

- Esercizio 1

Si consideri un mercato con  $N$  imprese uguali con una domanda di mercato

$$P = a - bQ$$

e un costo marginale pari a  $MC$ .

1. Qual è la quantità prodotta da ogni impresa nell'equilibrio di Cournot?
2. Quali sono le quantità e il prezzo di equilibrio per l'intera industria?

- Soluzione

1. Definiamo la domanda residuale di una generica impresa indicata con 1.

$$P = (a - bX) - bQ_1$$

dove  $X$  è la produzione di tutte e altre  $N - 1$  imprese. Per determinare la funzione del ricavo marginale, è necessario calcolare la curva dei ricavi totali:

$$TR(Q) = P(Q) * Q$$

$$TR(Q) = (a - bX) * Q - bQ_1 * Q$$

Il ricavo marginale dell'impresa 1 sarà:

$$MR(Q) = \frac{\Delta TR(Q)}{\Delta Q}$$

$$MR = (a - bX) - 2bQ_1$$

Per trovare la funzione di reazione dell'impresa 1, eguagliamo il MC e il MR:

$$MR = MC$$

$$(a - bX) - 2bQ_1 = MC$$

$$Q_1 = \frac{a - MC}{2b} - \frac{1}{2}X$$

Poiché le imprese sono identiche, ognuna produrrà lo stesso output. Il valore di X sarà  $N - 1$  volte  $Q_1$ .

$$Q_1 = \frac{a - MC}{2b} - \frac{1}{2}[(N - 1) * Q_1]$$

Quantità di equilibrio di ogni singola impresa nell'equilibrio di Cournot:

$$Q^* = \frac{1}{(N + 1)} \left[ \frac{a - MC}{b} \right]$$

La quantità totale prodotta dal mercato è pari a N volte l'output della singola impresa:

$$Q = N * \frac{1}{(N + 1)} \left[ \frac{a - MC}{b} \right]$$

In corrispondenza di questa quantità, il prezzo sarà:

$$P = a - b * \frac{N}{(N + 1)} \left[ \frac{a - MC}{b} \right]$$

$$P^* = \frac{a}{(N + 1)} + \frac{N}{(N + 1)} MC$$

Al crescere di N, l'output dell'equilibrio di Cournot si avvicina a quello di concorrenza perfetta e il prezzo al costo marginale.

- Esercizio 2

Considerate due imprese, la Coca-Cola e la Pepsi, che operano in un mercato oligopolistico di Cournot. La funzione di domanda del mercato è:

$$Q_d = 50 - \frac{1}{4}P$$

mentre le funzioni di costo totale sono differenti per le due imprese:

$$TC_1(Q) = 150 + 8Q_1$$

$$TC_2(Q) = 100 + Q_2^2$$

Determinare:

1. le funzioni di reazione, le quantità prodotte e i profitti di ciascuna impresa, nonché il prezzo, la quantità e i profitti dell'intero settore;
2. il prezzo e la quantità prodotta se le imprese formassero un cartello e si comportassero come un'unica impresa monopolistica.

- Soluzione

1. Definiamo la domanda residuale delle due imprese.

$$P = 200 - 4Q_d$$

$$P = 200 - 4(Q_1 + Q_2)$$

Determiniamo la funzione del ricavo marginale, calcolando la curva dei ricavi totali:

$$TR(Q) = P(Q) * Q_1$$

$$TR(Q) = 200Q_1 - 4Q_1^2 - 4Q_2Q_1$$

Il ricavo marginale dell'impresa 1 sarà:

$$MR(Q) = \frac{\Delta TR(Q)}{\Delta Q}$$

$$MR = 200 - 8Q_1 - 4Q_2$$

Per trovare la funzione di reazione dell'impresa 1, imponiamo la condizione di massimo profitto:

$$MR = MC$$

$$200 - 8Q_1 - 4Q_2 = 8$$

$$Q_1 = 24 - \frac{1}{2}Q_2$$

Per l'impresa 2:

$$TR(Q) = 200Q_2 - 4Q_2^2 - 4Q_1Q_2$$

$$MR(Q) = \frac{\Delta TR(Q)}{\Delta Q}$$

$$MR = 200 - 8Q_2 - 4Q_1$$

$$MR = MC$$

$$200 - 8Q_2 - 4Q_1 = 2Q_2$$

$$Q_2 = 20 - \frac{2}{5}Q_1$$

Le quantità prodotte sono il risultato dell'interazione tra le due funzioni di reazione. Consideriamo il sistema tra le due funzioni di reazione:

$$Q_1 = 24 - \frac{1}{2} \left( 20 - \frac{2}{5} Q_1 \right)$$

$$Q_1 = 24 - 10 + \frac{1}{5} Q_1$$

$$Q_1 = 17,5$$

$$Q_2 = 20 - \frac{2}{5} (17,5)$$

$$Q_2 = 13$$

Sostituiamo le quantità di equilibrio nella funzione di domanda per ottenere il prezzo di equilibrio di Cournot:

$$P = 200 - 4(17,5 + 13)$$

$$P^* = 78$$

$$\pi_1 = TR - TC = 78 * 17,5 - [150 + 8(17,5)] = 1.075$$

$$\pi_2 = TR - TC = 78 * 13 - [100 + (13)^2] = 745$$

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 = 1.820$$

2. Imponiamo la condizione di ottimo che massimizza il profitto per l'impresa monopolistica

$$MR = MC$$

$$TR(Q) = 200Q - 4Q^2$$

$$MR(Q) = \frac{\Delta TR(Q)}{\Delta Q}$$

$$MR = 200 - 8Q$$

Per la funzione dei costi marginali consideriamo la funzione di costo marginale più bassa per ogni livello di produzione.

$$200 - 8Q = 8$$

$$Q^* = 24$$

$$P = 200 - 4(24) = 104$$

- Esercizio 3

La funzione di domanda di un mercato caratterizzato dalla presenza di due sole imprese si presenta nella forma:

$$P = 120 - Q_d$$

Le due imprese presentano la medesima funzione di costo.

$$TC(Q) = 90Q$$

Determinare:

3. le funzioni di reazione delle imprese nel caso in cui queste concorrono secondo lo schema di Cournot;
4. le quantità prodotte da ogni singola impresa, il prezzo e i profitti;
5. il prezzo e la quantità prodotta se le imprese formassero un cartello;
6. il prezzo, la quantità prodotta e i profitti se l'impresa 1 si comportasse da *leader*.

- Soluzione

3. Definiamo la domanda residuale delle due imprese.

$$P = 120 - Q_d$$

$$P = 120 - (Q_1 + Q_2)$$

Determiniamo la funzione del ricavo marginale, calcolando la curva dei ricavi totali:

$$TR(Q) = P(Q) * Q_1$$

$$TR(Q) = 120Q_1 - Q_1^2 - Q_2Q_1$$

Il ricavo marginale dell'impresa 1 sarà:



$$MR(Q) = \frac{\Delta TR(Q)}{\Delta Q}$$

$$MR = 120 - 2Q_1 - Q_2$$

Per trovare la funzione di reazione dell'impresa 1, imponiamo la condizione di massimo profitto:

$$MR = MC$$

$$120 - 2Q_1 - Q_2 = 90$$

$$Q_1 = 15 - \frac{1}{2}Q_2$$

Per l'impresa 2:

$$TR(Q) = 120Q_2 - Q_2^2 - Q_2Q_1$$

Il ricavo marginale dell'impresa 2 sarà:

$$MR(Q) = \frac{\Delta TR(Q)}{\Delta Q}$$

$$MR = 120 - 2Q_2 - Q_1$$

Per trovare la funzione di reazione dell'impresa 2, imponiamo la condizione di massimo profitto:

$$MR = MC$$

$$120 - 2Q_2 - Q_1 = 90$$

$$Q_2 = 15 - \frac{1}{2}Q_1$$

4. Le quantità prodotte sono il risultato dell'interazione tra le due funzioni di reazione. Consideriamo il sistema tra le due funzioni di reazione:

$$Q_1 = 15 - \frac{1}{2}\left(15 - \frac{1}{2}Q_1\right)$$

$$Q_1 = 15 - 7,5 + \frac{1}{4}Q_1$$

$$Q_1 = Q_2 = 10$$

Sostituiamo le quantità di equilibrio nella funzione di domanda per ottenere il prezzo di equilibrio di Cournot:

$$P = 120 - (10 + 10)$$

$$P^* = 100$$

$$\pi_1 = TR - TC = 100 * 10 - [90(10)] = 100$$

$$\pi_2 = TR - TC = 100 * 10 - [90(10)] = 100$$

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 = 200$$

5. Imponiamo la condizione di ottimo che massimizza il profitto per l'impresa monopolistica

$$MR = MC$$

$$TR(Q) = 120Q - Q^2$$

$$MR(Q) = \frac{\Delta TR(Q)}{\Delta Q}$$

$$MR = 120 - 2Q$$

$$120 - 2Q = 90$$

$$Q^* = 15$$

$$P = 120 - (15) = 105$$

6.

$$P = 120 - (Q_1 + Q_2)$$

$$P = 120 - \left[ Q_1 + \left( 15 - \frac{Q_1}{2} \right) \right]$$

$$P = 105 - \frac{Q_1}{2}$$

$$MR = MC$$

$$MR = 105 - Q_1$$

$$105 - Q_1 = 90$$

$$Q^* = 15$$

$$Q_2 = 15 - \frac{1}{2}(15) = 7,5$$

$$P = 120 - (15 + 7,5) = 97,5$$

$$\pi_1 = 112,5$$

$$\pi_2 = 56,25$$