



# CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA GESTIONALE

## Gestione della Produzione e della Qualità

**La gestione delle scorte dei materiali a DOMANDA INDIPENDENTE  
(gestione a ripristino)**

**Modelli probabilistici di gestione delle scorte: ROC e ROL**

Prof. Antonella Petrillo



## DEFINIZIONI

### SCORTA DI ESERCIZIO (*Working stock*)

È l'ammontare di un articolo che viene utilizzato durante le normali condizioni di esercizio dell'impianto.

### TEMPO DI APPROVVIGIONAMENTO (*Lead Time o TP*)

Intervallo di tempo che intercorre tra l'emissione di un ordine e la disponibilità a magazzino dei prodotti facenti parte dell'ordine in questione. Deve tenere conto di:

- *Elaborazione ed emissione di un ordine;*
- *Ricezione, fabbricazione ed evasione di un ordine da parte del fornitore;*
- *Spedizione e trasporto;*
- *Ricevimento, collaudo ed accettazione;*
- *Trasferimento a magazzino.*



## DEFINIZIONI

Altri parametri fondamentali nella gestione delle scorte di prodotti a domanda indipendente sono:

### LIVELLO DI RIORDINO

La quantità di un determinato articolo che posta a confronto con le scorte disponibili determina la necessità o meno di emettere un nuovo ordine di acquisto (o di fabbricazione)

### SCORTA DI SICUREZZA (*Safety stock*)

È quella scorta che dovrebbe rimanere inalterata qualora le condizioni di esercizio dell'impianto dovessero rimanere sempre le stesse ovvero quella quantità di un prodotto che deve essere sempre disponibile a magazzino per far fronte ad occasionali eventi sfavorevoli.

# Modelli probabilistici



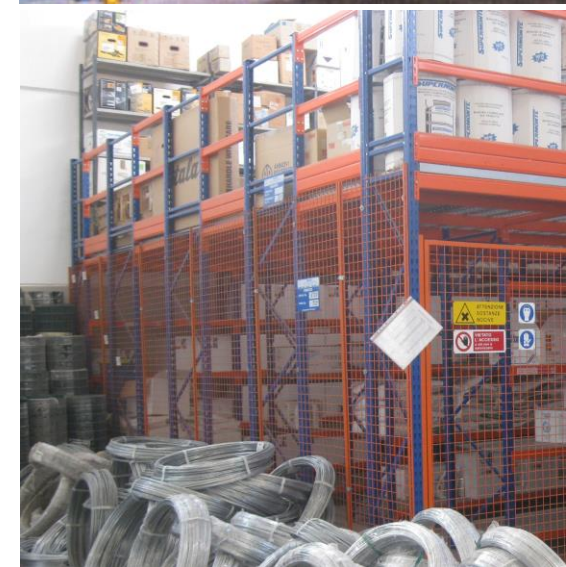
Nei modelli ROC e ROL si assume che:

- la domanda ( $D$ ) e/o
- il tempo di riordino ( $Tr$ )

**non siano così regolari da essere noti a priori**, ma siano **variabili casuali**, cioè variabili descritte da distribuzioni di probabilità.

Se tali distribuzioni sono note a priori, le variabili da esse rappresentate si definiscono variabili casuali note.

Tuttavia, per procedere nello studio di questi fenomeni probabilistici, si **supporrà inizialmente di conoscere le variabili casuali** e si ipotizzerà che esse siano **statiche**, cioè indipendenti dal tempo.





Numerosi tipi di politiche si possono ricondurre ai seguenti due concetti fondamentali:

- 1. riordino ad intervalli fissi di quantità generalmente variabili** (*sistemi di gestione a riordino periodico – **Re Order Cycle***)
- 2. riordino di quantità costanti ogni volta che la scorta raggiunge il punto d'ordine** (*sistemi di gestione a punto d'ordine – **Re Order Level***)



Entrambe le procedure ovvero sia **ROC** che **ROL** prevedono il **calcolo** dell'entità del **lotto di approvvigionamento** mediante il ricorso ad opportuni modelli matematici



L'elemento di **distinzione** fondamentale tra i due modelli consiste nel fatto che:

- **nel primo** l'emissione dell'ordine è condizionata al verificarsi di un "evento"
- **nel secondo** modello l'emissione di un ordine è condizionata innanzitutto dal **raggiungimento di un prefissato istante di tempo** e solo successivamente dal verificarsi di un evento.

# Modelli probabilistici



Il modello “a riordino periodico” - **Re Order Cycle** - prevede che il **controllo delle giacenze** venga effettuato non in maniera continua, bensì soltanto **periodica**.

Il modello “a punto d’ordine” - **Re Order Level** - prevede un **continuo controllo** del livello delle giacenze e l’emissione di un ordine non appena il livello di giacenza a magazzino risulta inferiore ad un prestabilito livello di riordino.





# Re Order Level (ROL)



Il criterio di gestione a livello di riordino **ROL**, impone l'emissione di un ordine pari ad EOQ quando si verifica la disuguaglianza:

$$\mathbf{GD < LR}$$

Ove:

**GD = GIACENZA DISPONIBILE =**

= Giacenza Fisica (GF)

- Quantità impegnata per consegne arretrate (Back Orders BO)

+ Quantità in arrivo per ordini emessi in precedenza (On Order QA)

**LR = LIVELLO DI RIORDINO**, ovvero quantità di un determinato articolo che posta a confronto con le scorte disponibili, determina la necessità o meno di emettere un nuovo ordine di acquisto o di fabbricazione.

# Re Order Level (ROL)



## CRITERIO DEL LIVELLO DI RIORDINO

Il modello ROL richiede un confronto continuo del livello di giacenza ed un aggiornamento tempestivo dei dati inerenti alle consegne non ancora effettuate ovvero agli ordini in arrivo.

**Non appena è verificata la condizione  $GD < LR$**

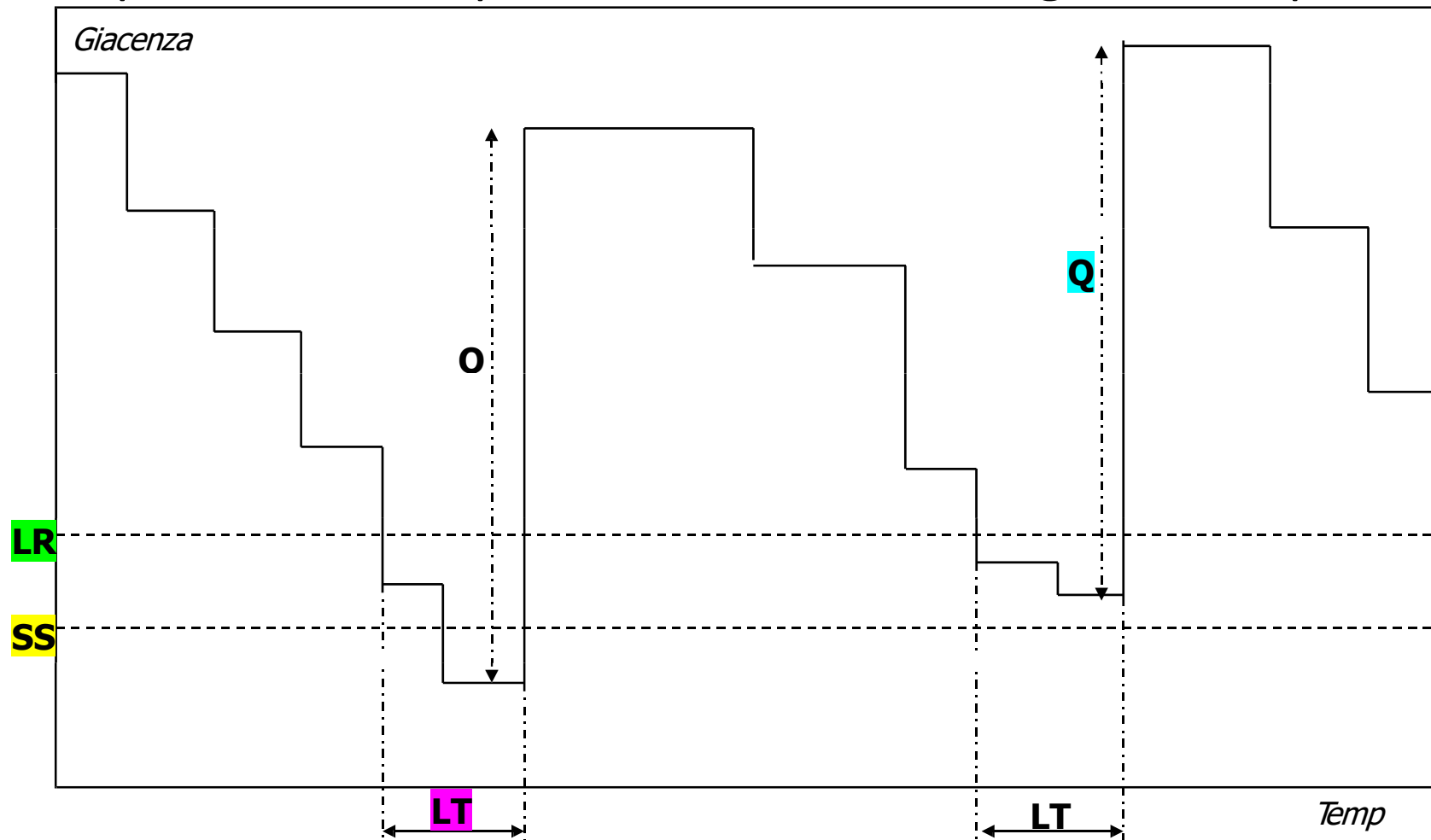
**viene emesso un ordine di entità fissa  $Q$**   
generalmente pari al lotto economico di approvvigionamento (**EOQ**)

# Re Order Level (ROL)



## CRITERIO DEL LIVELLO DI RIORDINO

In figura è esemplificato l'andamento nel tempo delle giacenze di un generico prodotto, nell'ipotesi di un modello di gestione tipo ROL



LT = Lead Time o Tempo di approvvigionamento TP

# Re Order Level (ROL)



## CRITERIO DEL LIVELLO DI RIORDINO

In base al diagramma precedente il LR è espresso dalla seguente relazione:

$$LR = D * TP + SS$$

Tale relazione traduce in termini analitici la condizione che stabilisce che le **scorte corrispondenti al livello LR devono essere sufficienti a soddisfare il fabbisogno previsto per tutto il tempo di approvvigionamento più un eventuale incremento della domanda**

# Re Order Level (ROL)



## CRITERIO DEL LIVELLO DI RIORDINO

E' opportuno ribadire che **nella verifica** del raggiungimento o meno del **livello di riordino** occorre tener presente il valore della **giacenza totale disponibile** o non il valore della giacenza fisica.

La Giacenza Totale disponibile sarà pari a:

$$GD = GF + QA$$

# Re Order Level (ROL)



## CALCOLO DEL LIVELLO E DEL LOTTO DI RIORDINO

Nelle abituali condizioni di esercizio i parametri  $D$  e  $TP$  sono variabili in maniera aleatoria.

Se si calcolasse  $LR$  facendo coincidere  $D$  e  $TP$  rispettivamente con il **valor medio** della domanda e con il valore medio del tempo di approvvigionamento risulterebbe:

$$LR = D * TP$$

In tali condizioni la domanda potrebbe essere soddisfatta con una possibilità pari solo al **50%**

# Re Order Level (ROL)



## CALCOLO DEL LIVELLO E DEL LOTTO DI RIORDINO

Volendo assicurare un **più elevato livello di soddisfacimento della domanda** occorrerà far ricorso ad una scorta di sicurezza SS.

Avendo indicato con  $\sigma_D$  e  $\sigma_{TP}$  la **deviazione standard** rispettivamente della variabile D e della variabile TP, ipotizzate statisticamente distribuite secondo una legge di GAUSS, si ha che:

$$SS = (k) * \sqrt{TP * \sigma_D^2 + D^2 * \sigma_{TP}^2}$$

K = coefficiente proporzionale al livello di servizio che si intende assicurare

# Re Order Level (ROL)



## CALCOLO DEL LIVELLO E DEL LOTTO DI RIORDINO

In definitiva LR in un modello ROL è pari a:

$$LR = D * TP + SS$$

$$LR = D * TP + k * \sqrt{TP * \sigma D^2 + D^2 * \sigma TP^2}$$

Avendo ipotizzato D e TP distribuite secondo la legge di GAUSS, i valori di k sono calcolati attraverso l'espressione della legge normale ridotta.

Avendo indicato con **LS il LIVELLO DI SERVIZIO** desiderato e con D la variabile normale ridotta della variabile aleatoria D, sarà:

$$LS = P(D') = \int_{-\infty}^k p(D') + dD$$



# Re Order Level (ROL)



## CALCOLO DEL LIVELLO E DEL LOTTO DI RIORDINO

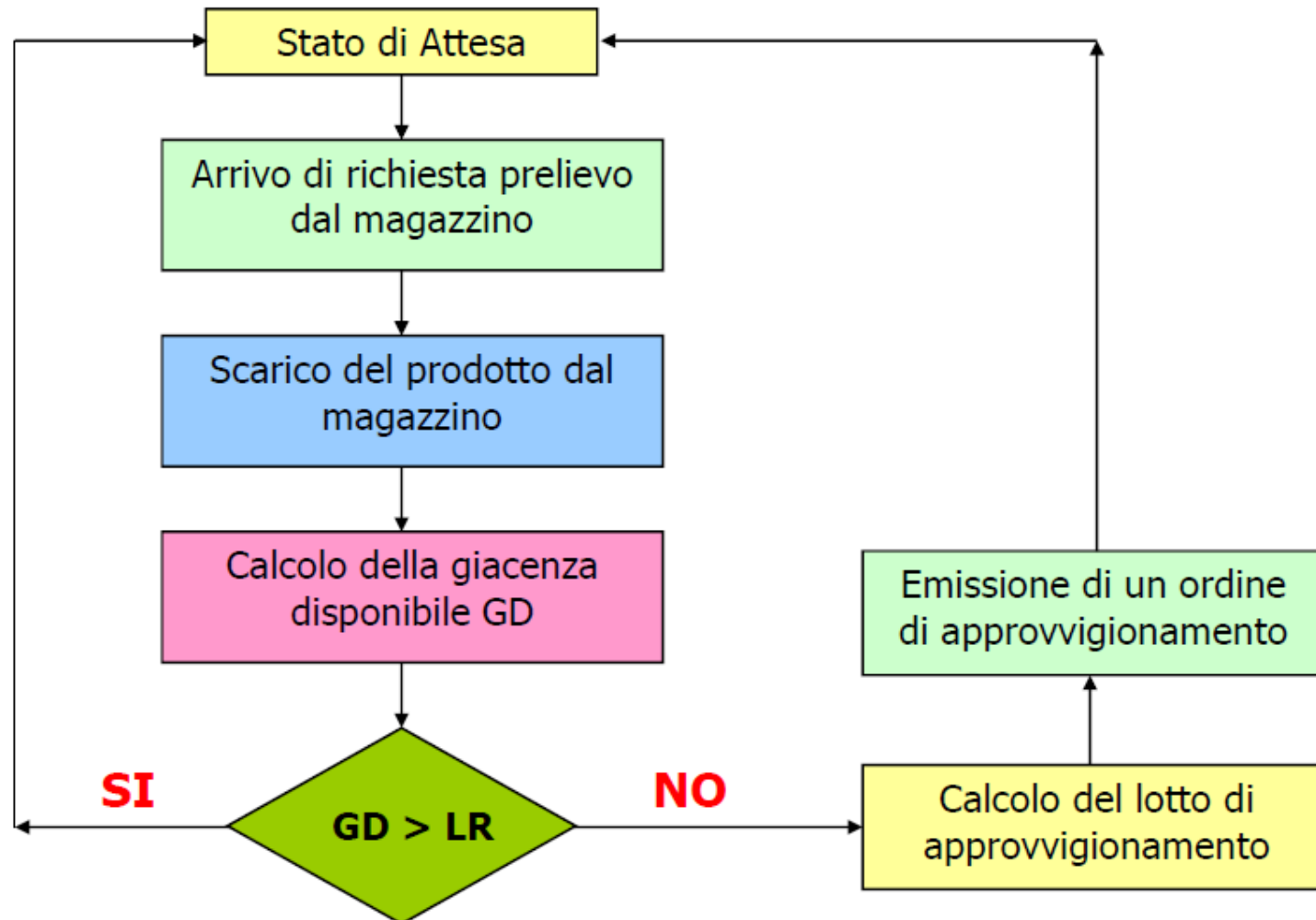
Pertanto, noto il valore del *Livello di Servizio* LS, è possibile calcolare il valore di K e quindi il relativo valore di LR ed SS.

LS	K
0,5000	0,00
0,7881	0,80
0,8413	1,00
0,9000	1,28
0,9452	1,60
0,9772	2,00
0,9918	2,40
0,9987	3,00

# Re Order Level (ROL)



## Procedura logica per il "Re Order Level"



# Re Order Level (ROL)



## ESERCIZIO 1

La domanda di un prodotto è distribuita secondo una legge di Gauss di valore medio pari a 40 unità/settimana e deviazione standard pari a 20 unità. Il tempo di approvvigionamento LT è invece costante e pari a 3 settimane.

- 1) **QUESITO 1** – Si determini il livello di riordino per un modello ROL di gestione delle scorte, nel caso si voglia assicurare un livello di servizio del 90%.
- 2) **QUESITO 2** – Si verifichi il livello di servizio che è possibile assicurare incrementando il valore del punto di riordino a 200 unità.

Criterio da soddisfare:

$GD < LR \rightarrow$  Lancio ordine

$$LR = D \cdot TP + SS$$

$$SS = K \sqrt{TP \cdot \sigma D^2 + \sigma TP^2 \cdot D^2}$$

NB: Se  $TP =$  costante  $\rightarrow \sigma TP = 0$

# Re Order Level (ROL)



## ESERCIZIO 1

**QUESITO 1:** Si determini il livello di riordino per un modello ROL di gestione delle scorte, nel caso si voglia assicurare un livello di servizio del 90%.

$D = 40$  u/settimana

$\sigma_D = 20$  u

$TP = 3$  settimana

$LS = 90\% \rightarrow K = 1,28$

LS	K
0,5000	0,00
0,7881	0,80
0,8413	1,00
0,9000	1,28
0,9452	1,60
0,9772	2,00
0,9918	2,40
0,9987	3,00

$$\rightarrow LR = D \cdot TP + K \sqrt{TP \cdot SD^2} = 40 \cdot 3 + 1,28 \sqrt{3 \cdot 20^2} = 164 \text{ u}$$

# Re Order Level (ROL)



## ESERCIZIO 1

**QUESITO 2:** Con le stesse ipotesi si verifichi il livello di servizio che è possibile assicurare incrementando il valore del punto di riordino a 200 unità.

$D = 40$  u/settimana  
 $\sigma D = 20$  u  
 $LT = 3$  settimana  
 $LR = 200$  u

$$LR = D \cdot TP + K \sqrt{TP \cdot \sigma D^2}$$

$$200 = 40 \cdot 3 + K \sqrt{3 \cdot 20^2}$$

$$200 = 120 + 34,64K$$

$$K = \frac{200 - 120}{34,64} = 2,31$$

Il valore di  $K$  è compreso tra 2,00 e 2,40,

quindi bisogna effettuare un'interpolazione per ricavare il valore di  $LS$ :

$$\frac{2,31 - 2}{2,40 - 2} = \frac{LS - 0,9772}{0,9918 - 0,9772}$$

da cui  $LS = 0,9885 = 98,85\%$

LS	K
0,5000	0,00
0,7881	0,80
0,8413	1,00
0,9000	1,28
0,9452	1,60
0,9772	2,00
0,9918	2,40
0,9987	3,00

# Re Order Level (ROL)



## ESERCIZIO 2

Si supponga che la domanda di un prodotto sia distribuita secondo una legge di Gauss di valore medio pari a 40 unità/settimana e deviazione standard pari a 1 settimana. Il tempo di approvvigionamento varia con aleatorietà secondo una legge di Gauss di valore medio pari a 3 settimane e deviazione standard pari a 1 settimana.

- 1) **QUESITO 1** – Si determini il livello di riordino per un modello ROL di gestione delle scorte, nel caso si voglia assicurare un livello di servizio del 90%.
- 2) **QUESITO 2** – Si verifichi il livello di servizio che è possibile assicurare incrementando il valore del punto di riordino a 200 unità.

# Re Order Level (ROL)



## ESERCIZIO 2

**QUESITO 1:** Si determini il livello di riordino per un modello ROL di gestione delle scorte, nel caso si voglia assicurare un livello di servizio del 90%.

$D = 40$  u/settimana

$\sigma D = 20$  u

$LT = 3$  settimana

$\sigma TP = 1$  settimana

$LS = 90\% \rightarrow K = 1,28$

LS	K
0,5000	0,00
0,7881	0,80
0,8413	1,00
0,9000	1,28
0,9452	1,60
0,9772	2,00
0,9918	2,40
0,9987	3,00

$$\rightarrow LR = D \cdot TP + K \sqrt{TP \cdot \sigma D^2 + \sigma TP^2 \cdot D^2} =$$

$$= 40 \cdot 3 + 1,28 \sqrt{3 \cdot 20^2 + 1^2 \cdot 40^2} = 188 \text{ u}$$

# Re Order Level (ROL)



## ESERCIZIO 2

**QUESITO 2:** Si verifichi il livello di servizio che è possibile assicurare incrementando il valore del punto di riordino a 200 unità.

$D = 40$  u/settimana  
 $\sigma D = 20$  u  
 $TP = 3$  settimana  
 $\sigma TP = 1$  settimana  
 $LR = 200$  u

$$LR = D \cdot TP + K \sqrt{TP \cdot \sigma D^2 + \sigma TP^2 \cdot D^2}$$

$$200 = 40 \cdot 3 + K \sqrt{3 \cdot 20^2 + 1^2 \cdot 40^2}$$

$$200 = 120 + 52,915K$$

$$K = \frac{200 - 120}{52,915} = 1,512$$

Il valore di  $K$  è compreso tra 1,28 e 1,60,

quindi bisogna effettuare un'interpolazione per ricavare il valore di  $LS$ :

$$\frac{1,51 - 1,28}{1,60 - 1,28} = \frac{LS - 0,9}{0,9452 - 0,9}$$

da cui  $LS = 0,9325 = 93,25\%$

LS	K
0,5000	0,00
0,7881	0,80
0,8413	1,00
0,9000	1,28
0,9452	1,60
0,9772	2,00
0,9918	2,40
0,9987	3,00



# Re Order Cycle (ROC)



Il criterio prevede che il controllo delle giacenze venga effettuato periodicamente con una frequenza fissa pari a  $\mathbf{1/TR}$  ove:

**TR** = **Intervallo di revisione**, ovvero *intervallo di tempo che intercorre tra due successivi controlli.*

Se **GD** < **LR** si emette un nuovo ordine.

La procedura **R.O.C.** richiede pertanto il calcolo di:

- *Scorta di sicurezza;*
- *Livello di riordino;*
- *Lotto di approvvigionamento;*
- *Intervallo di revisione*

# Re Order Cycle (ROC)



Il livello di scorte esistente in corrispondenza del punto LR dovrà essere sufficiente a soddisfare il fabbisogno stimato per un periodo  $(TR + LT)$ , nonché a fare fronte ad eventi aleatori che dovessero verificarsi:

$$LR = D \cdot (TR + LT) + SS$$

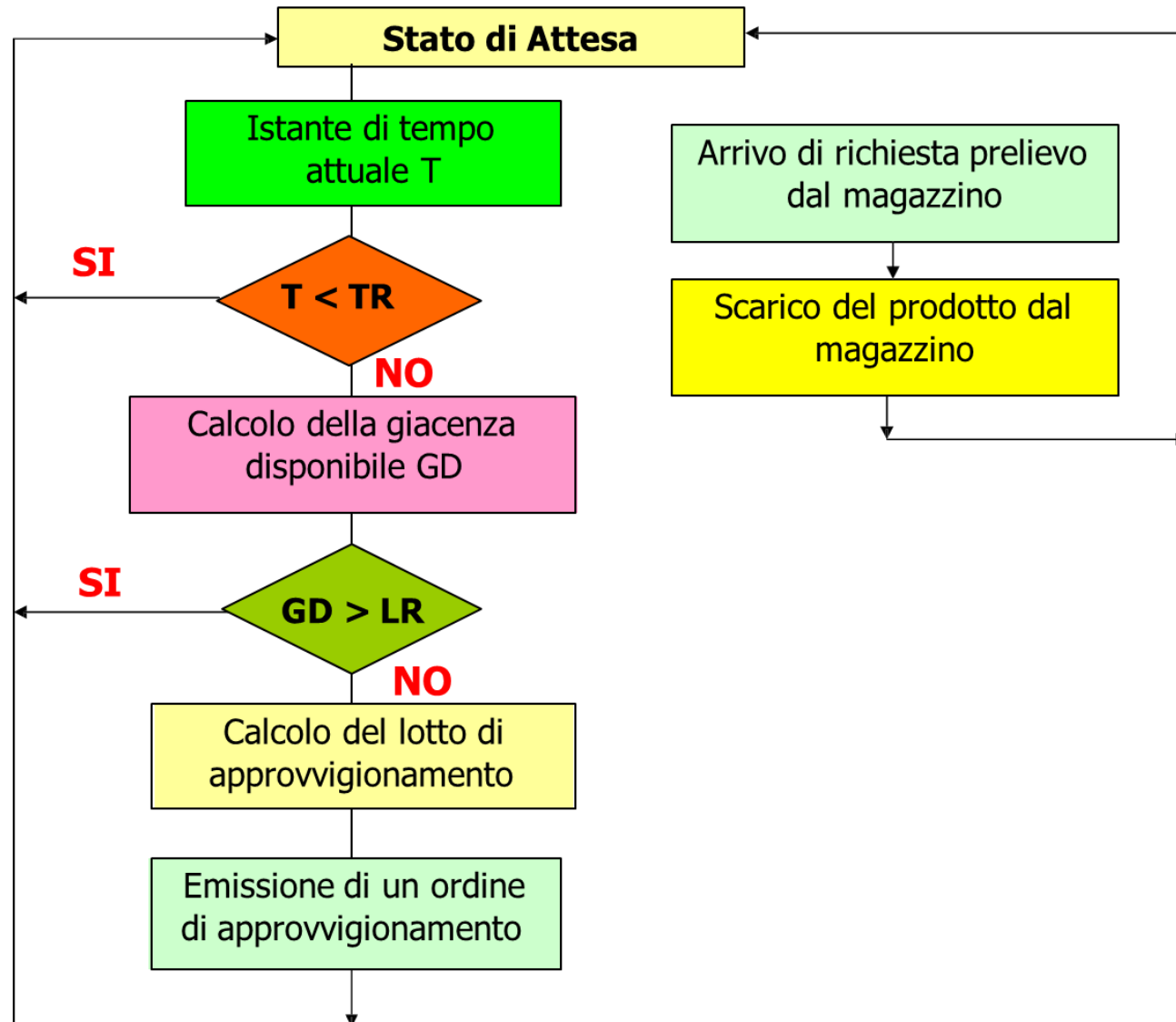
L'entità del lotto  $Q$  da ordinare viene calcolata mediante la tradizionale formula del lotto economico.



# Re Order Cycle (ROC)



## Procedura logica per il "Re Order Cycle"





## CALCOLO DEL LIVELLO DI RIORDINO E DELL'INTERVALLO DI REVISIONE

Assumendo costante il tempo di approvvigionamento, ovvero  $SLT=0$  si avrà:

$$SS = K \cdot \sqrt{(LT + TR) \cdot \sigma D^2}$$

$$LR = D \cdot (LT + TR) + K \cdot \sqrt{(LT + TR) \sigma D^2}$$

Si ipotizzi che in corrispondenza di ciascun controllo venga emesso un ordine. In tale ipotesi, indicando con  $N$  il *numero di ordini* da effettuare si avrà:

# Re Order Cycle (ROL)

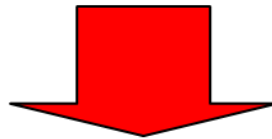


*Costo di Lancio:*

$$N \cdot CL$$

*Costo di giacenza annuo:*

$$\frac{1}{2} \left( \frac{D}{N} \right) \cdot CUM$$



$$N \cdot CL = \frac{1}{2} \left( \frac{D}{N} \right) \cdot CUM$$

$$N^* = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{D \cdot CUM}{CL}}$$

L'ampiezza ottima  $TR^*$  dell'intervallo di revisione, espresso in settimane sarà quindi:

$$TR^* = 52/N^*$$



# Re Order Cycle (ROC)



## ESEMPIO 1:

La domanda di un prodotto è distribuita secondo una legge di Gauss di **valore medio** 40 unità/settimana e **deviazione standard** pari a **20 unità**.

Il **tempo di approvvigionamento LT** è invece costante e pari a **1 settimana**.

Si determini il livello di riordino LR per un modello ROL di gestione delle scorte, nel caso si voglia assicurare un **livello di servizio LS** del **90%**.

$$\text{MODELLO ROL: } SS = k \sqrt{TP * D^2} = 1,28 \sqrt{3 * 20 * 20} = 44 \text{ unità}$$

$$\text{MODELLO ROC: } SS = k \sqrt{D^2 * (TP + TR)} = 1,28 \sqrt{20 * 20 * (3 + 1)} = 51 \text{ unità}$$

La scorta di sicurezza è ovviamente più elevata per il modello ROC

# Re Order Cycle (ROC)



## ESEMPIO 1:

**Il livello di riordino risulterà:**

**Modello ROL:**

$$LR = D * TP + SS$$

$$LR = 40 * 3 + 44 =$$

**164 unità**

**Modello ROC:**

$$LR = D * (TP + TR) + SS$$

$$LR = 40 * (3 + 1) + 51 =$$

**211 unità**

**Il modello di riordino è più vealeato per un modello di gestione ROC**



## Confronto tra i due metodi

### Re Order Cycle

### Re Order Level

Metodo a ciclo riordino fisso	Metodo a quantitativo di riordino fisso
<p>Maggiore semplicità dal punto di vista dell'amministrazione poiché:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. È possibile assegnare un giorno fisso alla gestione degli acquisti</li><li>2. Il controllo sulla disponibilità a magazzino non deve essere fisso</li></ol>	<p>Il controllo continuo sulla disponibilità riduce sia i costi di immagazzinamento che la quantità complessivamente ordinata</p>
<p>Forniture di prodotti diversi dello stesso fornitore possono essere riunite in uno stesso ordine</p>	<p>Ordini di quantitativi fissati spesso portano a sconti da parte del fornitore</p>
<p>Il controllo sulla disponibilità a magazzino non deve essere continuo</p>	<p>Le scorte di sicurezza possono essere mantenute ad un livello inferiore</p>