



CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA GESTIONALE

Gestione della Produzione e della Qualità

**La gestione delle scorte dei materiali a DOMANDA INDIPENDENTE
(gestione a ripristino)
ANALISI ABC, CALCOLO EOQ e EMQ**

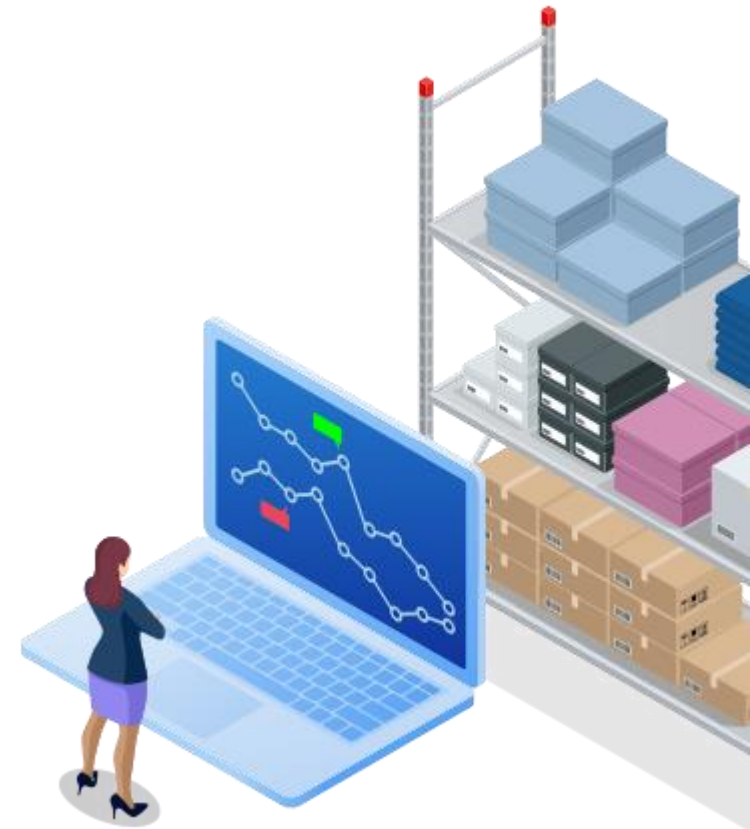
Prof. Antonella Petrillo

ANALISI ABC



La gestione dei materiali a domanda indipendente è conosciuta anche con il nome di ***Inventory Management***.

Nell'ambito della procedura di Inventory Management ci si soffermerà sui modelli **EOQ** ed **EMQ** per poi ad illustrare i due principali modelli di gestione: a **livello di riordino (ROL)** ed a **ciclo di riordino (ROC)**.



ANALISI ABC



Nell'ambito della **gestione delle scorte a domanda indipendente** sono disponibili **diverse** **modalità** **di approvvigionamento**.

Per scegliere tra esse, la prima attività da realizzare consiste in **UN'ANALISI PER VALORE** dei prodotti in giacenza.

Suddetta analisi, anche nota come **analisi ABC**, si pone come obiettivo quello di classificare le giacenze presenti in tre macroclassi in base ad un determinato criterio



ANALISI ABC



1897

Economista italiano

Vilfredo PARETO

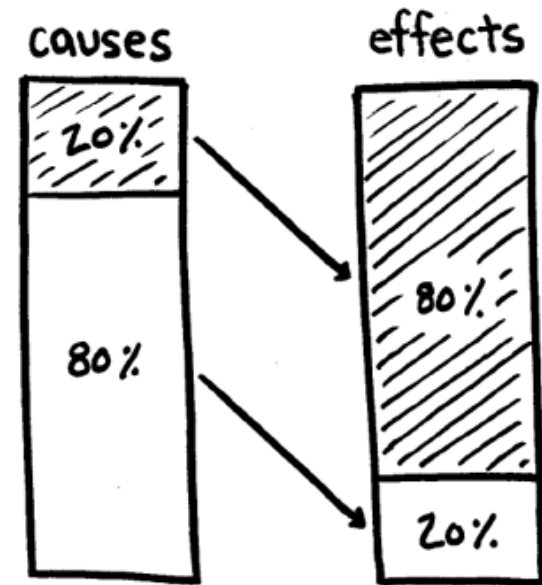
1907



Economista americano

M.C. LORENZ

Esiste una "**Legge universale delle priorità**" che afferma che in ogni situazione esistono

- **POCHI** aspetti **IMPORTANTI**
- **TANTI** di **SCARSA** rilevanza



 understood
 overlooked

Può avere senso gestire i beni più costosi in maniera più rigorosa rispetto a quelli più economici?

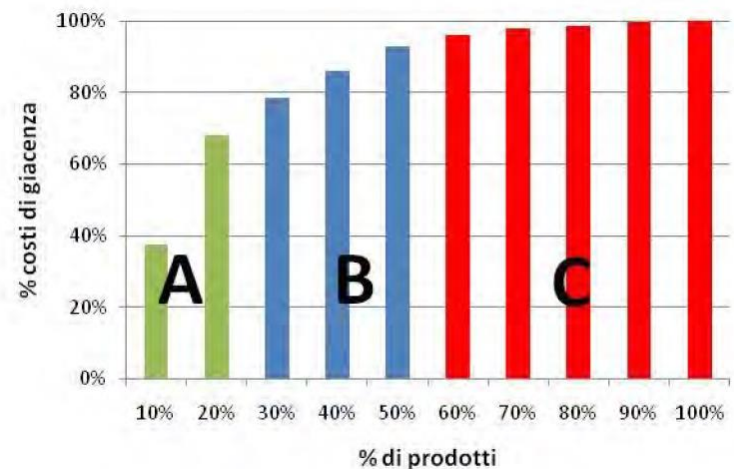
ANALISI ABC



Il posizionamento in classi dei prodotti, cambia ogni volta che si sceglie un **criterio di classificazione diverso**.

Ad **ESEMPIO**, selezionando come criterio quello del **costo di immagazzinamento**, si avrà che:

- la **classe A** comprenderà i prodotti con il costo più elevato, fino al raggiungimento di circa l'80% del costo totale. In questa prima classe si troveranno circa il 20% dei prodotti;
- la **classe B** includerà i prodotti (circa il 30%) che hanno un costo cumulato fino al 95% del totale;
- la **classe C** racchiuderà tutti i prodotti rimanenti (circa il 50%) che hanno il costo minore (5% del totale dei costi).



L'analisi ABC fornisce quindi un utile strumento per la scelta della tipologia di metodo di gestione delle giacenze.



Si considerino i seguenti articoli a magazzino, considerando per ciascuno di essi il: *Fatturato totale, il Fatturato cumulato, l' Incidenza % fatturato, ed ordinandoli in maniera **decescente**.*

Codice prodotto	Incidenza % prodotti	Domanda (unità/anno)	Prezzo unitario (€)
1028	10	20.000	15,00
7043	20	250	20,00
7130	30	10.000	25,00
4160	40	20.000	10,00
6050	50	2.000	5,00
3150	60	1.500	10,00
5033	70	4.500	20,00
3318	80	15.000	4,00
3041	90	2.000	10,00
4068	100	1.000	50,00

ANALISI ABC



ESEMPIO

Codice prodotto	Incidenza % prodotti	Domanda (unità/anno)	Prezzo unitario (€)	Fatturato totale (€/anno)	Fatturato cumulato (€/anno)	Incidenza % fatturato
1028	10	20.000	15,00			
7130	20	10.000	25,00			
4160	30	20.000	10,00			
5033	40	4.500	20,00			
3318	50	15.000	4,00			
4068	60	1.000	50,00			
3041	70	2.000	10,00			
3150	80	1.500	10,00			
6050	90	2.000	5,00			
7043	100	250	20,00			

ANALISI ABC



ESEMPIO

Codice prodotto	Incidenza % prodotti	Domanda (unità/anno)	Prezzo unitario (€)	Fatturato totale (€/anno)	Fatturato cumulato (€/anno)	Incidenza % fatturato
1028	10	20.000	15,00	300.000,00		
7130	20	10.000	25,00	250.000,00		
4160	30	20.000	10,00	200.000,00		
5033	40	4.500	20,00	90.000,00		
3318	50	15.000	4,00	60.000,00		
4068	60	1.000	50,00	50.000,00		
3041	70	2.000	10,00	20.000,00		
3150	80	1.500	10,00	15.000,00		
6050	90	2.000	5,00	10.000,00		
7043	100	250	20,00	5.000,00		

ANALISI ABC



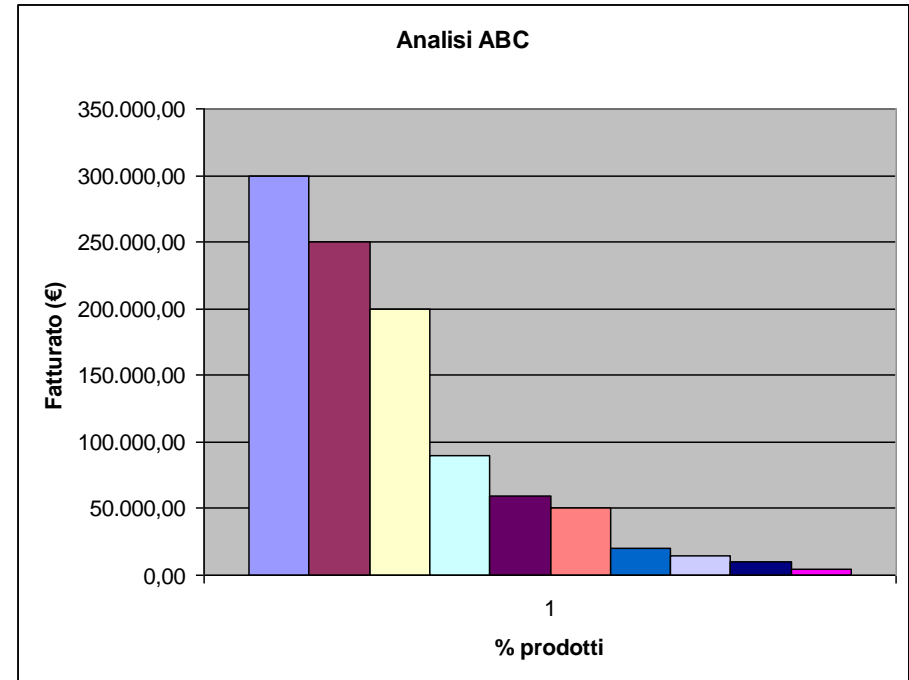
ESEMPIO

Codice prodotto	Incidenza % prodotti	Domanda (unità/anno)	Prezzo unitario (€)	Fatturato totale (€/anno)	Fatturato cumulato (€/anno)	Incidenza % fatturato
1028	10	20.000	15,00	300.000,00	300.000,00	30,0
7130	20	10.000	25,00	250.000,00	550.000,00	55,0
4160	30	20.000	10,00	200.000,00	750.000,00	75,0
5033	40	4.500	20,00	90.000,00	840.000,00	84,0
3318	50	15.000	4,00	60.000,00	900.000,00	90,0
4068	60	1.000	50,00	50.000,00	950.000,00	95,0
3041	70	2.000	10,00	20.000,00	970.000,00	97,0
3150	80	1.500	10,00	15.000,00	985.000,00	98,5
6050	90	2.000	5,00	10.000,00	995.000,00	99,5
7043	100	250	20,00	5.000,00	1.000.000,00	100,0

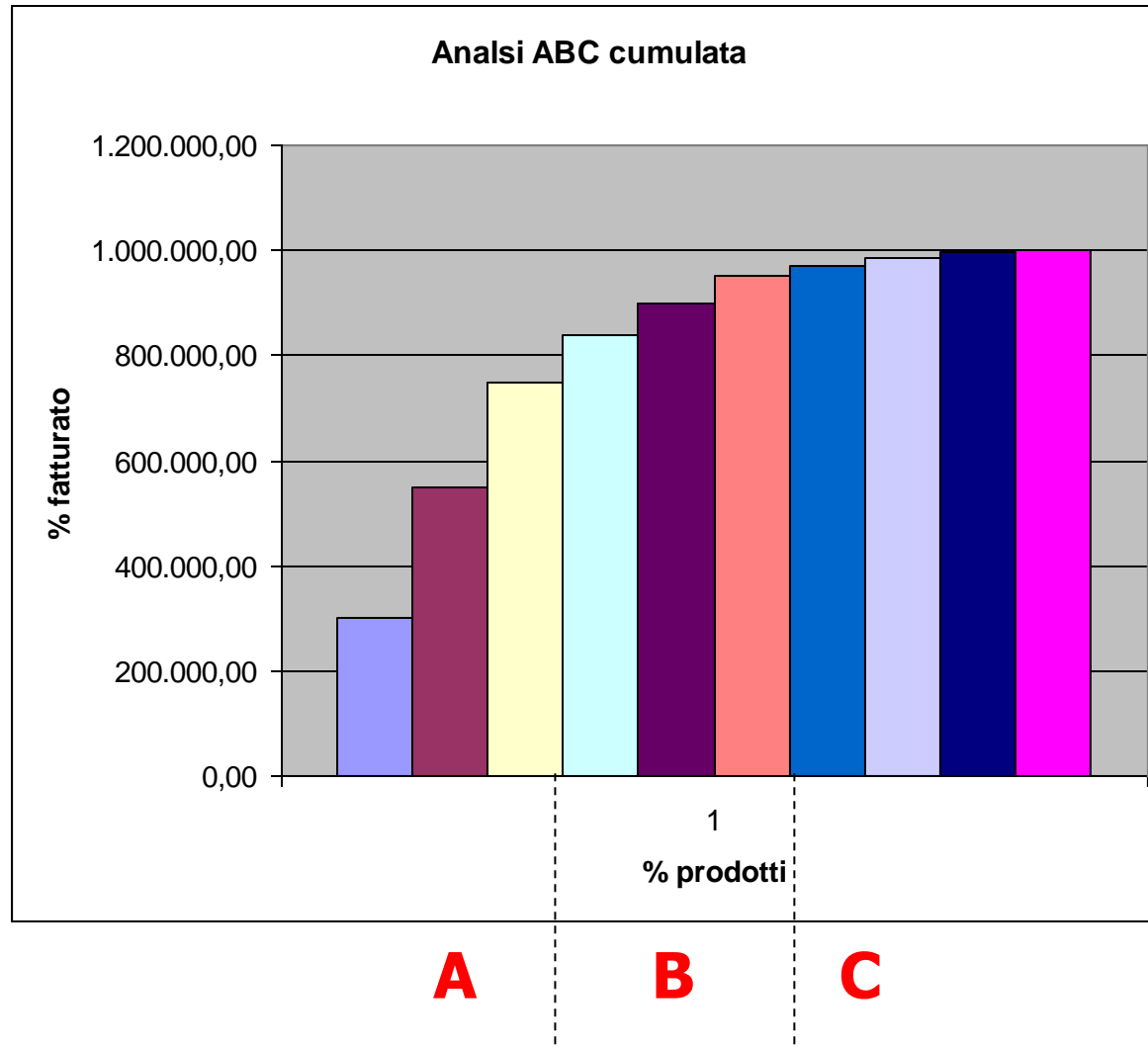
Classe A: sono il gruppo con il maggior fatturato, e richiedono un controllo molto attento. Essi possono rappresentare l'80% del valore complessivo del fatturato.

Classe B: è un gruppo con un volume medio di fatturato.

Classe C: contiene il resto del numero di prodotti



Alcune imprese prevedono di calcolare ulteriori categorie (D, E, F, ecc.)



La lista **ABC** può essere utilizzata nel modo seguente:

1. ACQUISTI:

Tutti i contratti e gli ordini di acquisto per gli articoli di **classe A** devono essere firmati dal *Direttore Generale* o dal *Responsabile finanziario*.

Gli articoli di **classe B** dal *Responsabile dell'Ufficio*.

Gli articoli di **classe C** da un qualunque addetto *all'Ufficio acquisti*.

2. CONTEGGIO DELLE SCORTE: gli articoli di classe A devono essere conteggiati ogni settimana o ogni giorno. Quelli di classe B ogni mese e quelli di classe C una volta all'anno.

3. SCORTE DI SICUREZZA: non vi sono scorte di sicurezza per gli articoli di classe A; si mantengono scorte di una settimana per la classe B e di un mese per la classe C.

4. PREVISIONI: per gli articoli di **classe A** le previsioni devono essere eseguite con vari metodi al computer e successivamente esaminate criticamente da un comitato; per gli articoli di **classe B** si utilizza una semplice proiezione della tendenza; per gli articoli di **classe C** è sufficiente la stima degli addetti all'ufficio acquisti.

5. RAPIDITA' DI RISPOSTA: gli articoli di **classe A** vengono consegnati frequentemente, magari giornalmente, just-in-time. Gli articoli di **classe B e C** vengono consegnati rispettivamente ogni settimana ed ogni mese.

L'analisi ABC si può applicare anche alle vendite all'ingrosso ed al dettaglio nello stesso modo in cui si utilizza per le imprese manifatturiere.



Per la gestione dei materiali a domanda indipendente occorre far ricorso a **metodi stocastici di previsione** della domanda.

Tuttavia, oltre ai metodi ROC e ROL, sotto determinate ipotesi ovvero quando si assume che la domanda ed il tempo di riordino sono «regolari» e noti a priori, si utilizzano i metodi:

- **EOQ** (*Economic Order Quantity*)
- **EPQ** Economic Production Quantity o anche **EMQ** Economic Manufacturing Quantity

Definizione di Lotto

Un lotto è un “*gruppo di articoli che vengono lavorati, trasportati e/o seguiti come se fossero un'unica entità*”.

La **dimensione** di un lotto può influenzare:

- i flussi dei materiali,
- la qualità,
- i costi,
- i tempi di attraversamento.

Tempo di attraversamento: *tempo necessario per completare l'intera sequenza di operazioni di un processo, compreso attese e movimentazioni.*



LOTTO ECONOMICO DI ACQUISTO

EOQ (*Economic Order Quantity*)

Il **Lotto Economico** nasce dalla teoria legata alla gestione a scorte dei materiali in cui la domanda **deriva da stime previsionali** (effettuate, ad esempio, ricavando i dati futuri dall'analisi dello storico) e non dalla esplosione di un piano di produzione, come avviene invece per la gestione a fabbisogno (esempio MRP).





LOTTO ECONOMICO DI ACQUISTO

EOQ (*Economic Order Quantity*)

È tra i più **semplici** ed antichi modelli di gestione delle scorte che, **quando il tasso di domanda è approssimativamente costante**, semplicemente **“ignora”** la **variabilità della domanda**.

Il Lotto Economico di Acquisto *rappresenta* il **numero di unità di un singolo articolo** che dovrebbe essere specificato ogni volta che si **emette un ordine**, al fine di minimizzare i costi totali di gestione delle scorte di quel singolo articolo, nell'intervallo di tempo pianificato (di solito l'anno).



LOTTO ECONOMICO DI ACQUISTO

EOQ (*Economic Order Quantity*)

Esistono **due modelli** di **Lotto Economico** a seconda che si consideri:

1. Il dimensionamento degli ordini d'acquisto di materia prima verso il fornitore, qualora il livello di scorte a magazzino scenda sotto il livello del Punto di Riordino (per evitare blocchi di produzione).
2. Il dimensionamento dei lotti di produzione da processare sulle macchine, qualora il prodotto sia realizzato internamente.

Il problema al punto 1. è affrontato con il modello del **lotto economico di acquisto (EOQ)**, mentre quello al punto 2. con il modello del **lotto economico di produzione (EMQ)**.



LOTTO ECONOMICO DI ACQUISTO

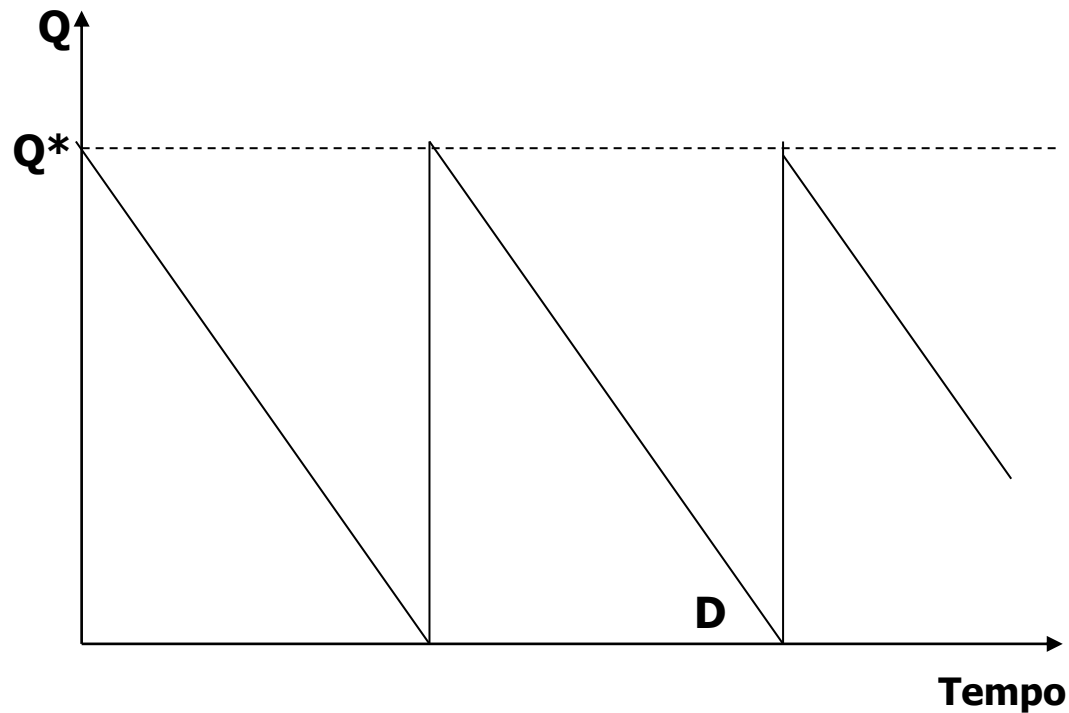
EOQ (*Economic Order Quantity*)

Presuppone le seguenti IPOTESI:

1. La **domanda D** è **nota e costante**.
2. I **costi di gestione degli ordini** (o di riattrezzaggio) sono **noti e costanti**.
3. Il **costo per unità** (*costo di acquisto o di produzione*) è **costante**.
4. Il **lotto** è consegnato in una sola volta (*acquisizione istantanea*).
5. Il **tasso del costo di mantenimento a scorta** è **noto e costante**.

LOTTO ECONOMICO DI ACQUISTO

EOQ (*Economic Order Quantity*)



COSTI DELLE SCORTE

Nel prendere qualsiasi decisione che impatti sulle scorte, occorre considerare i seguenti costi:

Costi di **GESTIONE** dell'ordine

Costo di **MANTENIMENTO** o di **GIACENZA**

Costo di **SET-UP** o di cambio produzione

Costi di **MANCANZA** o di *Stock-out*



COSTI DELLE SCORTE

1. COSTO DI GESTIONE DEGLI ORDINI

(costo di lancio ordine di acquisto o produzione)

S costo unitario di **GESTIONE** degli ordini

Q dimensione del **LOTTO**

D previsione della domanda **ANNUALE** (o mensile, ecc.)

D/Q *numero di ordini per anno*

$$S * \frac{D}{Q}$$

costo annuo di gestione degli ordini

COSTI DELLE SCORTE

2. COSTO DI MANTENIMENTO (O DI GIACENZA)

Costi di GIACENZA EVIDENTI

1.1.1. Costi di CAPITALE

Costi di interesse o di opportunità di diverso utilizzo del capitale immobilizzato in scorte.

1.1.2. Costi di IMMAGAZZINAMENTO

Costi di magazzino per:

- Spazio
- Attrezzatura di magazzino (*es. scaffali e montacarichi*)
- Assicurazioni sullo spazio, sull'attrezzatura e sulle scorte.
- Salari dei magazzinieri.
- Danni e deprezzamento durante la permanenza a magazzino

COSTI DELLE SCORTE

2. COSTO DI MANTENIMENTO (O DI GIACENZA)

Costi di GIACENZA SEMI-EVIDENTI

E' possibile distinguere i seguenti costi:

- Obsolescenza
- Gestione e pianificazione delle scorte
- Aggiornamento dell'anagrafica scorte
- Esecuzione dell'inventario fisico

Le persone coinvolte nella pianificazione, nella registrazione e nel conteggio fisico delle scorte, in realtà non maneggiano le scorte, e spesso i loro uffici sono lontani dal magazzino.

COSTI DELLE SCORTE

2. COSTO DI MANTENIMENTO (O DI GIACENZA)

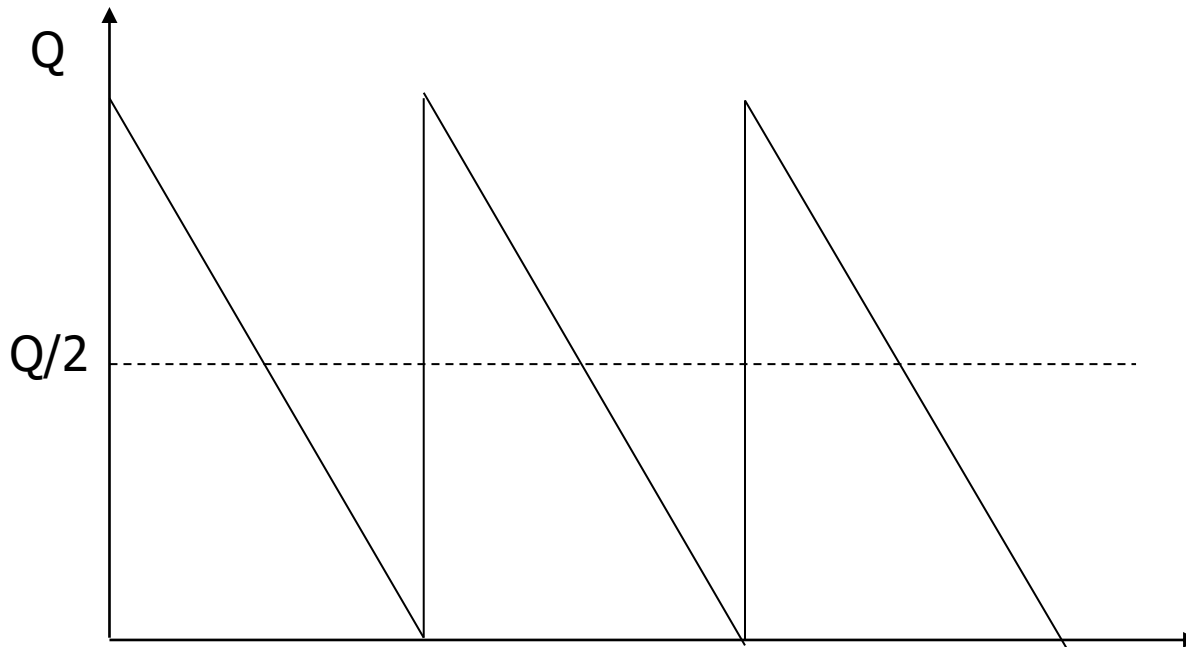
Costi di GIACENZA SOMMERSI

Costo dello stoccaggio nell'area PRODUZIONE

- *Spazio*
- *Supplementi di attrezzature (es. rastrelliere, piattaforme, contenitori)*
- *Supplementi di mezzi per la movimentazione (es. trasportatori, gru, montacarichi)*
- *Supporti per la transazione delle scorte e l'elaborazione dei dati*
- *Supporto gestionale e tecnico per l'attrezzatura utilizzata nello stoccaggio, nel trasporto e nell'elaborazione dei dati relativi alle scorte*
- *Scarti e rilavorazioni*
- *Ispezione dei lotti*
- *Perdite di vendite e clienti a causa di un processo di produzione lento*

COSTI DELLE SCORTE

2. COSTO DI MANTENIMENTO (O DI GIACENZA)



I *tasso annuale di mantenimento delle scorte (*)*

C *costo unitario di un articolo*

I · C *costo unitario di mantenimento annuo*

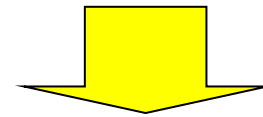
$I \cdot C \cdot \frac{(Q)}{2}$ *costo di mantenimento annuale*

(*) **I** = $\frac{\text{costi di mantenimento **TOTALI** su un dato periodo}}{\text{VALORE complessivo di tutte le scorte di magazzino}}$

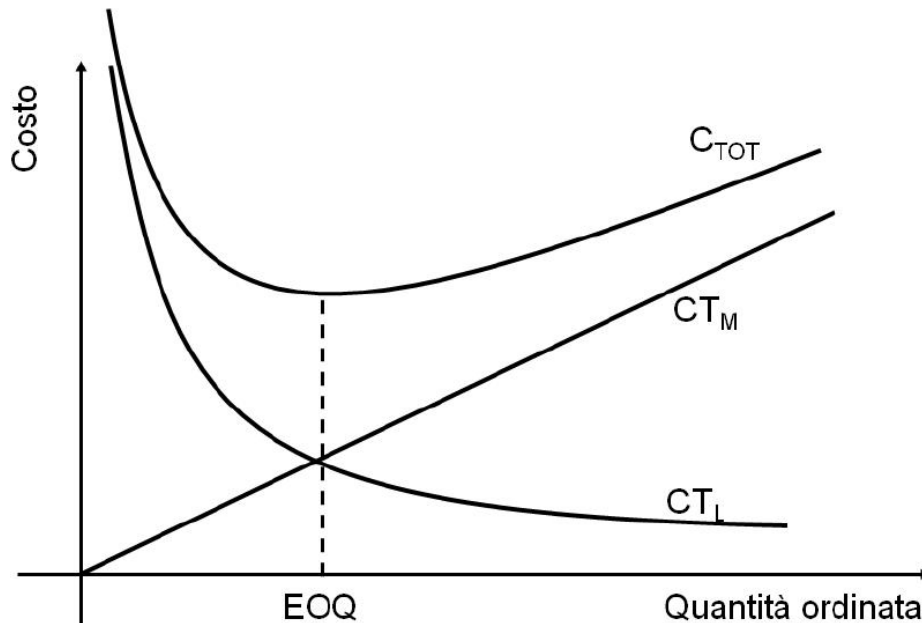
COSTI DELLE SCORTE

3. COSTO PER ARTICOLO

D · C *costo annuale per articolo*



COSTO TOTALE



$$TC = S \cdot \left(\frac{D}{Q} \right) + I \cdot C \cdot \left(\frac{Q}{2} \right) + D \cdot C$$

costo di mantenimento annuale
costo annuo di gestione degli ordini

CALCOLO DEL LOTTO ECONOMICO DI ACQUISTO

$$TC = S \cdot \left(\frac{D}{Q}\right) + I \cdot C \cdot \left(\frac{Q}{2}\right) + D \cdot C$$

MINIMO

$$\frac{d(TC)}{dQ} = \frac{d\left[S \cdot \left(\frac{D}{Q}\right) + I \cdot C \cdot \left(\frac{Q}{2}\right) + D \cdot C\right]}{dQ} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{D \cdot S}{Q^2} + \frac{I \cdot C}{2} = 0$$

$$Q^2 = \frac{2 \cdot D \cdot S}{I \cdot C}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot S}{I \cdot C}}$$

EOQ

CALCOLO DEL LOTTO ECONOMICO DI ACQUISTO

..le due formule si equivalgono...

ATTENTION

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot S}{I \cdot C}}$$

=

$$Q = EOQ = \sqrt{\frac{2C_L D}{C_M}}$$



ESERCIZIO 1. EOQ

Un articolo con un costo unitario di € 4,00 è caratterizzato da una domanda annuale di 5.000 unità.

Il tasso del costo di mantenimento è del 50% ed il costo di emissione di un ordine è pari a € 100,00. Si determini il valore dell'EOQ ed il costo annuale totale delle scorte per questo articolo.

SOLUZIONE

$$EOQ = \sqrt{\frac{2D \cdot S}{I \cdot C}} =$$

$$TC = \frac{D}{Q} \cdot S + I \cdot C \left(\frac{Q}{2} \right) + D \cdot C =$$

ESERCIZIO 1. EOQ

Un articolo con un costo unitario di € 4,00 è caratterizzato da una domanda annuale di 5.000 unità.

Il tasso del costo di mantenimento è del 50% ed il costo di emissione di un ordine è pari a € 100,00. Si determini il valore dell'EOQ ed il costo annuale totale delle scorte per questo articolo.

SOLUZIONE

$$EOQ = \sqrt{\frac{2D \cdot S}{I \cdot C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5000 \cdot 100}{0,5 \cdot 4}} = 707 \text{ unità}$$

$$TC = \frac{D}{Q} \cdot S + I \cdot C \left(\frac{Q}{2} \right) + D \cdot C = \frac{5000}{707} \cdot 100 + 0,5 \cdot 4 \left(\frac{707}{2} \right) + 5000 \cdot 4 = 21.414 \text{ €}$$



ESERCIZIO 2. EOQ

Il proprietario di una libreria vorrebbe acquistare alcuni "best seller" nella quantità a lotto economico. Si considerino i seguenti dati:

Scorte di libri in giacenza

Media stimata dell'anno precedente	8.000 unità
Costo medio stimato per libro	10,00 €
Valore medio delle scorte	80.000,00 €

Costo annuale di mantenimento a magazzino

Affitti: edifici ed impianti fissi	7.000,00 €
Perdite varie stimate (danneggiamenti, smarrimenti, ecc.)	700,00 €
Assicurazione	300,00 €
Totale	8.000,00 €

Costo annuale del capitale

Capitale investito (in libri)	80.000,00 €
Tasso di interesse	15%
Totale	12.000,00 €



ESERCIZIO 2. EOQ

Costo di mantenimento totale per anno

Costo di giacenza annuale	8.000,00 €
Costo di capitale annuo	12.000,00 €
Totale	20.000,00 €

Si determini:

- **I (Indice del costo di mantenimento)**

$$I = \frac{\text{Costo di mantenimento annuale}}{\text{Valore delle scorte}}$$

ESERCIZIO 2. EOQ

SOLUZIONE

Determinazione di **I** (*Indice del costo di mantenimento*)

$$\mathbf{I} = \frac{\text{Costo di mantenimento annuale}}{\text{Valore delle scorte}} = \frac{20.000,00}{80.000,00} = 0,25$$

S *costo di gestione per ordine* 4,00 €

ESERCIZIO 2. EOQ

Il proprietario della libreria, avendo tutti i dati sui costi necessari per calcolare l'EOQ, sceglie di ordinare uno dei più grandi best seller del momento "*Vita e miracoli di Maradona*", che sta vivendo un nuovo periodo di grande popolarità.



La versione economica ha venduto recentemente circa 80 copie al mese, e viene venduta all'ingrosso a 5,00 € la copia.

$$C = 5,00 \text{ €}$$

$$D = 80 \text{ copie/mese} \times 12 \text{ mesi/anno} = 960 \text{ copie/anno}$$

$$EOQ = \sqrt{\frac{2D \cdot S}{I \cdot C}} =$$

ESERCIZIO 2. EOQ

Il proprietario della libreria, avendo tutti i dati sui costi necessari per calcolare l'EOQ, sceglie di ordinare uno dei più grandi best seller del momento "***Vita e miracoli di Maradona***", che sta vivendo un nuovo periodo di grande popolarità.



La versione economica ha venduto recentemente circa 80 copie al mese, e viene venduta all'ingrosso a 5,00 € la copia.

$$C = 5,00 \text{ €}$$

$$D = 80 \text{ copie/mese} \times 12 \text{ mesi/anno} = 960 \text{ copie/anno}$$

$$EOQ = \sqrt{\frac{2D \cdot S}{I \cdot C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 960 \cdot 4}{0,25 \cdot 5}} = 78 \text{ copie / ordine}$$

EOQ IN PRESENZA DI SCONTI DI QUANTITA'

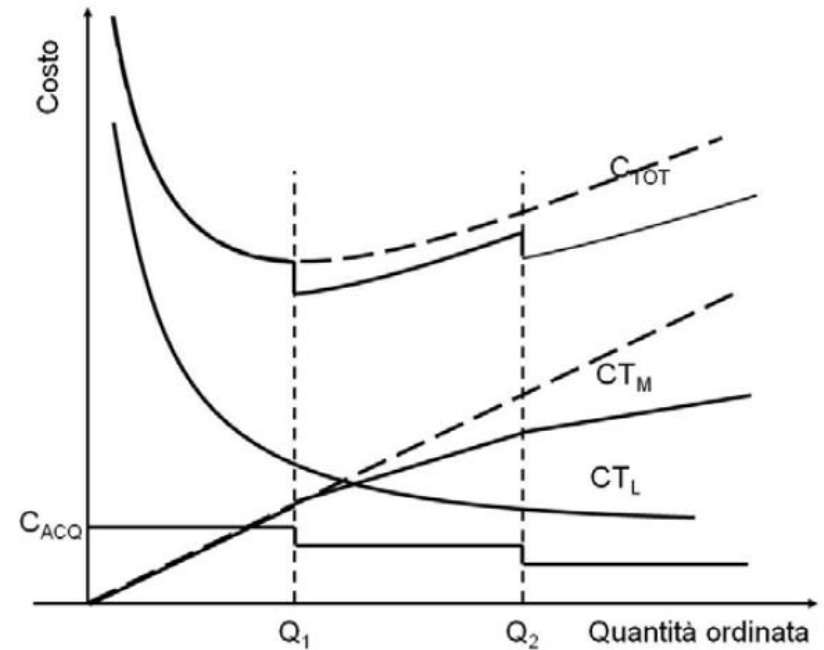
Il modello **EOQ** **prevede** che il prezzo d'acquisto **P**, oltre ad essere noto, **sia indipendente dalla quantità acquistata**.

Nel caso *in cui tale condizione non si verifichi* (sconti quantità applicati a partire da un listino comune), **il prezzo diviene funzione della dimensione del lotto d'acquisto** e ciò comporta da un lato variazioni sul costo di mantenimento a scorta (per la parte riferita all'immobilizzo di capitale), dall'altro discontinuità sulla curva dei costi totali.

EOQ IN PRESENZA DI SCONTI DI QUANTITA'

In Figura, che evidenzia questa condizione, è rappresentata una curva di costo totale in cui sono presenti tre variazioni relative ad altrettanti prezzi d'acquisto.

Come si può notare, in corrispondenza delle quantità a partire dalle quali viene applicato lo sconto (Q_1 e Q_2), si crea la suddetta **discontinuità della curva**.

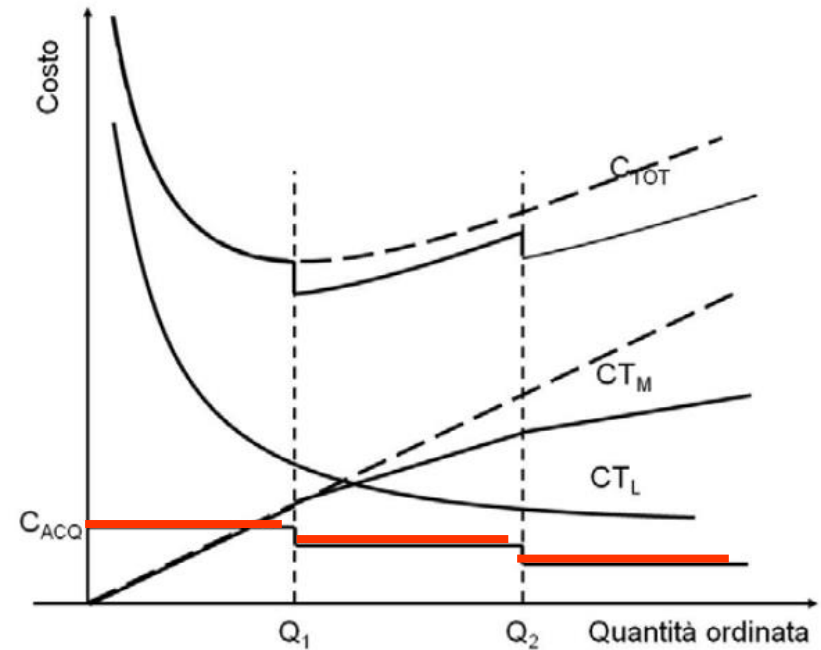


EOQ in presenza di sconti quantità

EOQ IN PRESENZA DI SCONTI DI QUANTITA'

In tale esempio, qualitativo, la dimensione ottimale del lotto d'acquisto si ha in corrispondenza della quantità Q_1 :

Per **affrontare questo tipo di condizione** si procede applicando il modello EOQ esattamente come nel caso in cui non vi siano sconti. Si **confronta** poi il valore del costo totale, così ottenuto, con quello relativo alle quantità da cui parte lo sconto e si individua la dimensione ottima del lotto d'acquisto.



EOQ in presenza di sconti quantità

EOQ IN PRESENZA DI SCONTI DI QUANTITA'

Procedura per trovare la vera dimensione dell'EOQ ed i relativi costi annui.

1. Si calcola l'EOQ, utilizzando come costo unitario dell'articolo il prezzo offerto **più basso C**. Se l'EOQ cade nell'intervallo relativo al prezzo selezionato, allora è il vero valore dell'EOQ. Si calcolano quindi i costi totali annui utilizzando l'equazione:

$$TC = S \cdot \left(\frac{D}{Q} \right) + I \cdot C \cdot \left(\frac{Q}{2} \right) + D \cdot C$$

2. Se invece l'EOQ cade al di sotto dell'intervallo di validità del prezzo scelto, allora si deve utilizzare il prezzo immediatamente superiore C e ricalcolare l'EOQ. Se la nuova stima di EOQ **non cade nell'intervallo** appropriato, si deve ripetere l'operazione con prezzi via via crescenti.

3. Se il valore di EOQ calcolato **appartiene** all'intervallo giusto, si calcolano i costi annuali totali in corrispondenza di quella determinata quantità di ordine, ed anche per la quantità relativa al salto di prezzo successivo (*verso il basso*). La vera quantità del lotto economico di acquisto EOQ, corrisponde al più basso tra questi valori.



ESERCIZIO 3: *EOQ in presenza di sconti di quantità*

Il proprietario della libreria ha applicato l'EOQ di base per l'acquisto di "*Vita e miracoli di Maradona*" ma non ha tenuto conto degli sconti di quantità.

Quantità	Prezzo per copia (€)
1-48	5,00
49-96	4,70
>97	4,40

Altri dati:

$$I = 0,25$$

$$S = 4,00 \text{ €}$$

$$D = 960 \text{ unità/anno}$$

ESERCIZIO 3: *EOQ in presenza di sconti di quantità*

SOLUZIONE

$$EOQ_{4,40} = \sqrt{\frac{2D \cdot S}{I \cdot C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 960 \cdot 4}{0,25 \cdot 4,40}} = 84 \text{ copie} \quad \text{Non appartiene all'intervallo!}$$

$$EOQ_{4,70} = \sqrt{\frac{2D \cdot S}{I \cdot C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 960 \cdot 4}{0,25 \cdot 4,70}} = 81 \text{ copie}$$

$$TC_{81} = \frac{D}{Q} \cdot S + I \cdot C \left(\frac{Q}{2} \right) + D \cdot C = \frac{960}{81} \cdot 4 + 0,25 \cdot 4,70 \left(\frac{81}{2} \right) + 960 \cdot 4,70 = 4.607 \quad \text{€}$$

$$TC_{97} = \frac{D}{Q} \cdot S + I \cdot C \left(\frac{Q}{2} \right) + D \cdot C = \frac{960}{97} \cdot 4 + 0,25 \cdot 4,40 \left(\frac{97}{2} \right) + 960 \cdot 4,40 = 4.361,94 \quad \text{€}$$

Valore ottimo del prezzo di acquisto

ESERCIZIO 4 (da svolgere)

Un'azienda del settore automotive decide di acquistare un componente secondo le quantità suggerite dall'EOQ.

Il magazzino di cui dispone rappresenta per l'azienda un costo di €12.000,00 per quanto riguarda il fitto e gli impianti fissi. Le scorte in giacenza, secondo una stima dell'anno precedente ammontano a circa 20.000 unità, il cui costo medio stimato è di circa 10,00 €/unità. L'azienda sostiene altri costi tra cui costi di assicurazione per circa 2.500,00 €/anno, costi per perdite varie stimate (danneggiamenti, smarrimenti, ecc.) pari a 1.800,00 €, e costo del personale addetto alla movimentazione delle merci pari a 10.000,00 €/anno. Il tasso di interesse sia $i=0,15\%$

Determinare il valore dell'EOQ nell'ipotesi in cui il prodotto generico X sia caratterizzato da:

S (costo di gestione per ordine) pari a 8,00 €;

D= 1.000 unità/anno

C variabile secondo le quantità in tabella.

Quantità	Prezzo (€)
1-50	16,00
51-100	12,00
>100	10,00

Il **Lotto Economico di Produzione** (**EPQ** Economic Production Quantity o anche **EMQ** Economic Manufacturing Quantity) è stato ideato da E. W. Taft nel 1918.

Il modello EMQ si differenzia da quello di acquisto, in quanto gli articoli vengono "prodotti" e quindi sono disponibili in maniera graduale mano a mano che terminano il ciclo di lavorazione invece di essere consegnati in un'unica soluzione come nell'**EMQ**.





Mentre EOQ è adatto *per determinare la dimensione dell'ordine quando le parti*, i materiali o i prodotti finiti sono pronti per essere consegnati da fornitori esterni al momento dell'ordine, **l'EMQ viene utilizzato per determinare le dimensioni di un ciclo di produzione** (cioè la dimensione del lotto) quando la produzione avviene internamente e le materie prime o le parti necessarie per la produzione sono acquisite o fornite in modo incrementale da altre società in base ai requisiti di produzione.

Questo tipo di produzione (definita produzione a lotti) viene comunemente utilizzata oggi per distribuire la produzione totale in una serie di piccoli lotti piuttosto che produrli in una volta sola.

La produzione a lotti si può attuare quando la commessa, cioè l'ordine con il quale viene richiesto un certo quantitativo di pezzi, è piccola rispetto alla capacità produttiva dello stabilimento. In questo caso l'impresa effettuerà le lavorazioni di lotti di altri prodotti programmandole in modo da non rimanere inattiva e rispettare le consegne richieste.

Ad esempio, dove gli oggetti prodotti sono deperibili, l'intera produzione richiesta per un anno non può essere prodotta in una settimana poiché potrebbe causare la scadenza della merce dopo un certo periodo di tempo.



CALCOLO DEL LOTTO ECONOMICO DI PRODUZIONE

Giacenza massima

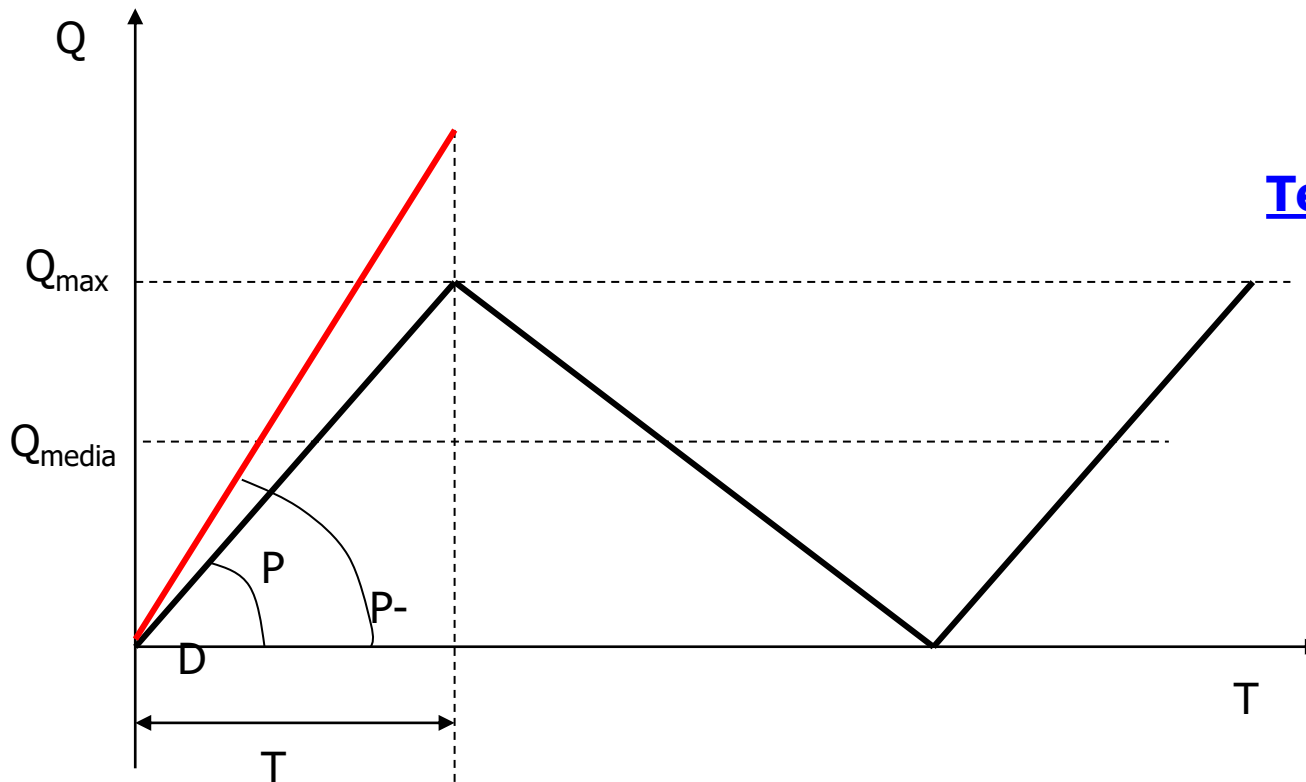
$$Q_{\max} = \text{tasso di produzione} * \text{tempo} = (P-D) * T$$

Giacenza media

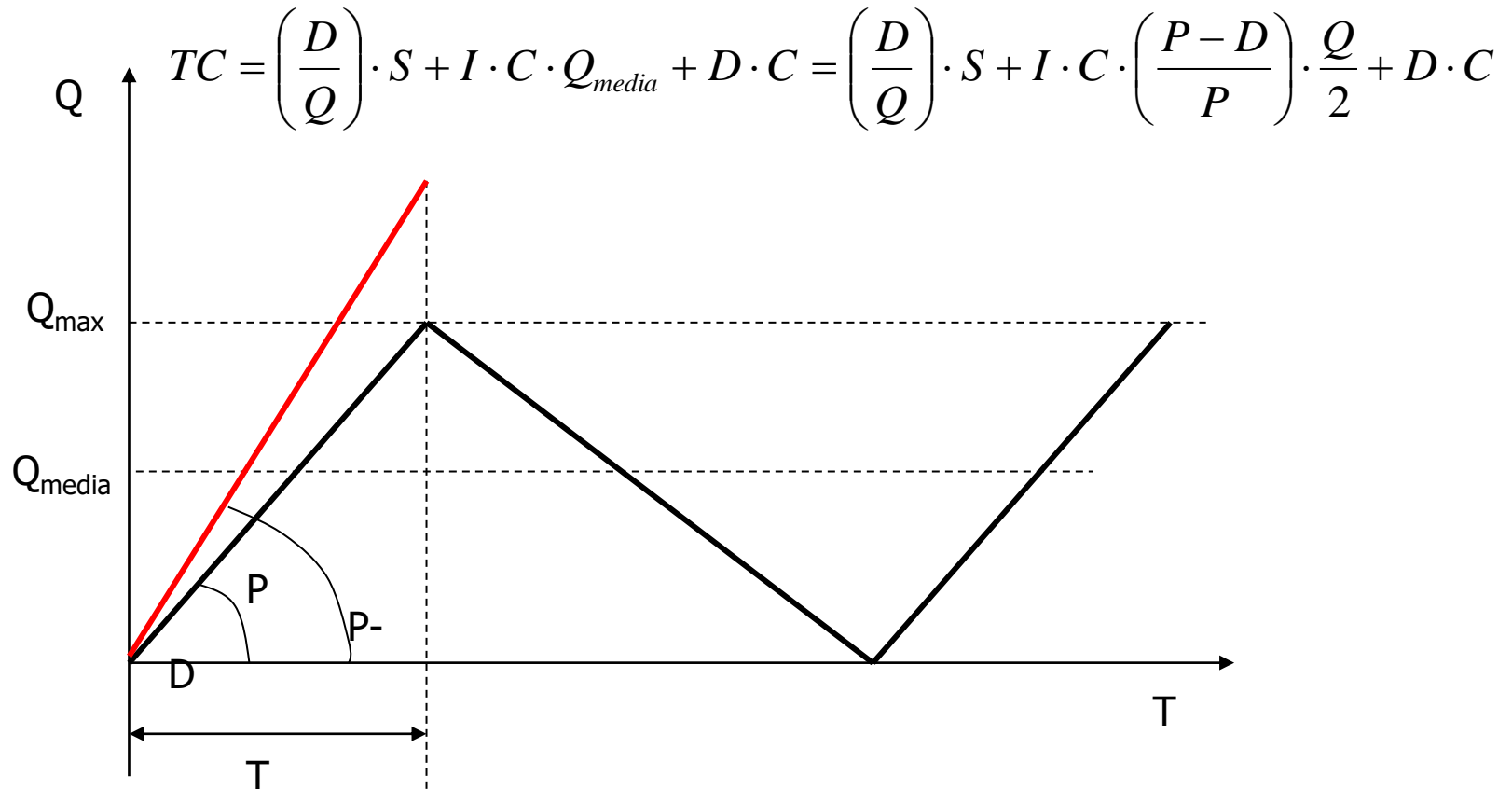
$$\frac{Q_{\max}}{2} = \frac{(P-D) * T}{2}$$

Tempo di produzione

$$T = Q/P$$



$$\mathbf{Giacenza\ media} = \frac{Q_{\max}}{2} = \frac{(P-D) \cdot T}{2} = \frac{(P-D) \cdot Q}{2 \cdot P} = \frac{(P-D) \cdot Q}{P \cdot 2}$$



$$\frac{d(TC)}{dQ} = \frac{d\left[\left(\frac{D}{Q}\right) \cdot S + I \cdot C \cdot \left(\frac{P-D}{P}\right) \cdot \frac{Q}{2} + D \cdot C\right]}{dQ} \quad \rightarrow \quad \frac{D \cdot S}{Q^2} = \frac{I \cdot C}{2} \cdot \left(\frac{P-D}{P}\right)$$

$$EMQ = Q = \sqrt{\frac{2D \cdot S}{I \cdot C} \cdot \left(\frac{P}{P-D}\right)} = \sqrt{\frac{2D \cdot S}{I \cdot C \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)}}$$

ESERCIZIO. EMQ

Un articolo ha un costo di 4,00 € ed una domanda annua pari a 5.000 unità.

Il tasso di costo di mantenimento è pari al 50%, mentre la gestione di un ordine richiede 100,00 €.

Il tasso di produzione è di 500 pezzi/settimana, e la domanda si mantiene costante per tutto l'anno.

Si calcolino il valore dell'EMQ ed il costo annuo totale delle scorte per questo articolo.

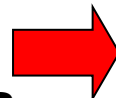


SOLUZIONE

D = 5.000 unità/anno

D = 500 pezzi/settimana

Considerando 50 settimane = 25.000 unità/anno



D = 5.000 / 50 = 100 unità/settimana

ESERCIZIO. EMQ

$$EMQ = \sqrt{\frac{2D \cdot S}{I \cdot C \cdot \left(1 - \frac{D}{P}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5000 \cdot 100}{0,5 \cdot 4 \cdot \left(1 - \frac{5.000}{25.000}\right)}} = 791 \cdot \text{unità}$$

Pertanto il costo annuo totale delle scorte varrà:

$$TC = \left(\frac{D}{Q}\right) \cdot S + I \cdot C \cdot Q_{media} + D \cdot C = \left(\frac{D}{Q}\right) \cdot S + I \cdot C \cdot \left(\frac{P-D}{P}\right) \cdot \frac{Q}{2} + D \cdot C$$

$$TC = \left(\frac{5000}{791}\right) \cdot 100 + 0,5 \cdot 4 \cdot \left(\frac{25.000 - 5.000}{25.000}\right) \cdot \frac{791}{2} + 5000 \cdot 4 = 21.264,00 \quad \text{€}$$

FUNZIONE OBIETTIVO VINCOLATA

Nei problemi fin qui esaminati, si è sempre ipotizzato che la scelta della dimensione Q^* del lotto non venga in alcun modo influenzata dalla presenza di vincoli del sistema produttivo in esame.

Ciò equivale a considerare la funzione **TC** non vincolata.

$$TC = \frac{D}{Q} \cdot S + I \cdot C \left(\frac{Q}{2} \right) + D \cdot C$$

Ovvero, nel caso di N prodotti:

$$TC = \sum_{i=1}^N TC_i = \sum_{i=1}^N \frac{D_i}{Q_i} \cdot S_i + I_i \cdot C_i \left(\frac{Q_i}{2} \right) + D_i \cdot C_i$$

VINCOLI FISICI

Ipotizzando dei **vincoli fisici**:

$$\sum_{i=1}^n VS_i * Q_i \leq V$$

Ove:

$VS_i =$ *Volume occupato da ciascuna unità del prodotto*

$V =$ *Volume totale del magazzino*

In tale caso, la **funzione obiettivo** da ottimizzare sarà:

Funzione Obiettivo $TC = \sum_{i=1}^N TC_i = \sum_{i=1}^N \left[\frac{D_i}{Q_i} \cdot S_i + I_i \cdot C_i \left(\frac{Q_i}{2} \right) + D_i \cdot C_i \right]$

Equazione Vincolare $\sum_{i=1}^n VS_i * Q_i \leq V$

Utilizzando il metodo dei **Moltiplicatori di Lagrange**, dopo avere trasformato la disequazione in equazione, si avrà:

$$FA = \sum_{i=1}^N \left[\frac{D_i \cdot S_i}{Q_i} + I_i \cdot C_i \left(\frac{Q_i}{2} \right) + D_i \cdot C_i \right] + \lambda \left[\sum_{i=1}^N (VS_i \cdot Q_i) - V \right]$$

Il valore ottimo di ciascuno degli N lotti si avrà derivando rispetto a Q_i la precedente espressione ed ottenendo:

$$\frac{\partial FA}{\partial Q_i} = -\frac{D_i \cdot S_i}{Q_i^2} + \frac{I_i \cdot C_i}{2} + \lambda \cdot VS_i = 0$$

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2D_i \cdot S_i}{I_i \cdot C_i + \lambda \cdot VS_i}}$$

Nel caso di **vincolo economico**:

$$\sum_{i=1}^n C_i * Q_i \leq DF$$

Ove:

C_i = prezzo di acquisto

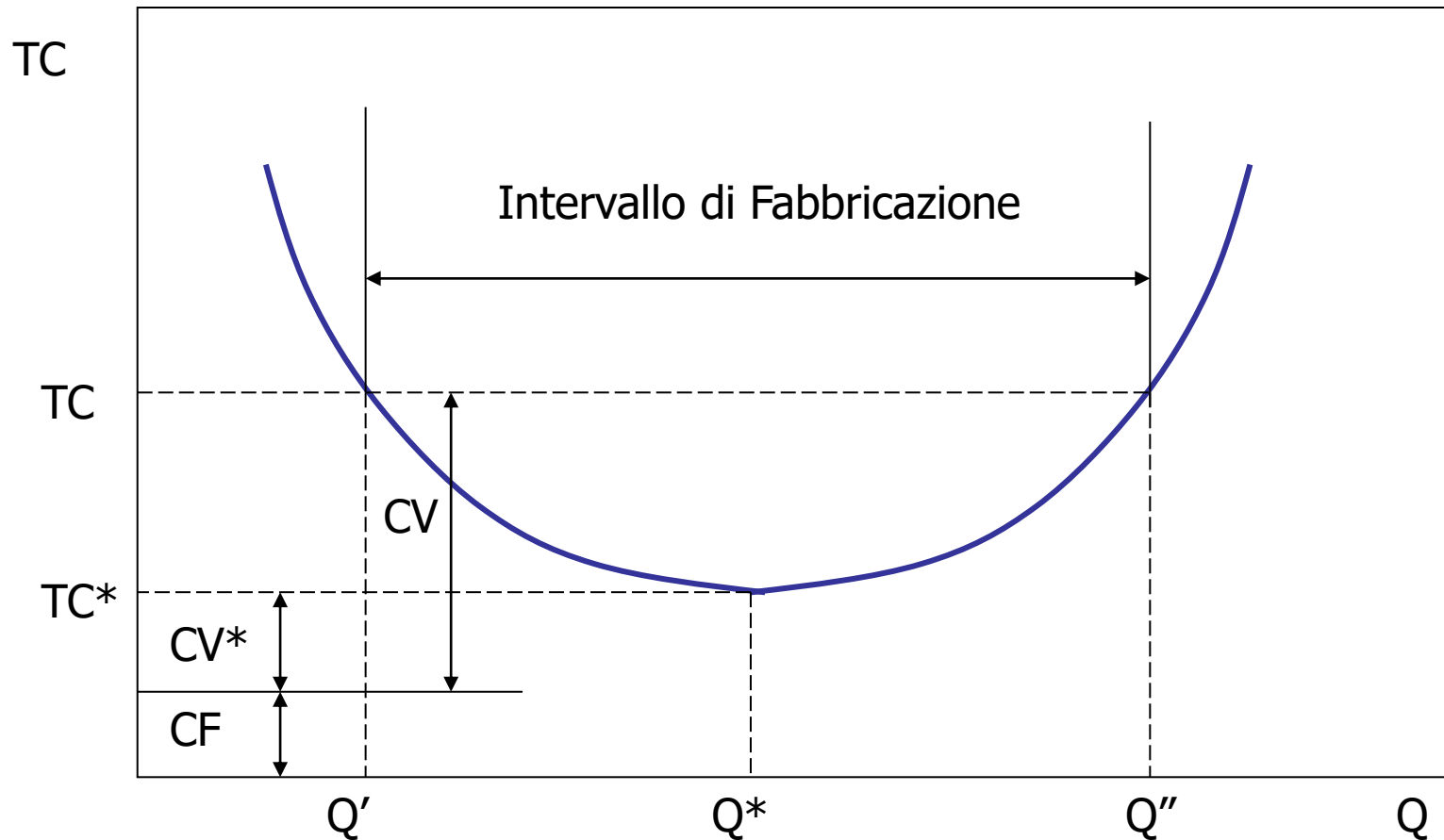
DF = Disponibilità finanziaria

Utilizzando il metodo dei **Moltiplicatori di Lagrange**, dopo avere trasformato la disequazione in equazione, si avrà:

$$FA = \sum_{i=1}^N \left[\frac{D_i}{Q_i} \cdot S_i + I_i \cdot C_i \left(\frac{Q_i}{2} \right) + D_i \cdot C_i \right] + \lambda \left[\sum_{i=1}^N (C_i \cdot Q_i) - DF \right]$$

INTERVALLO DI FABBRICAZIONE

La presenza di vincoli tecnologici e commerciali, rende talvolta impossibile produrre secondo le quantità suggerite dall'EOQ.



Ogni scostamento di Q dal valore ottimo Q^* determina un incremento dei costi variabili:

$$C_V = S \cdot \frac{D}{Q} + I \cdot C \cdot \frac{Q}{2}$$

Pertanto, fissato il massimo incremento accettabile dei costi, è immediatamente determinabile il valore dell'intervallo di accettabilità del lotto.

Il valore c del rapporto tra i costi variabili effettivi e quelli minimi, si può porre uguale a:

$$c = \frac{C_V}{C_V^*} = \frac{TC - C_F}{TC^* - C_F^*} = \frac{S \cdot \frac{D}{Q} + I \cdot C \cdot \frac{Q}{2}}{2 \cdot I \cdot C \cdot \frac{Q^*}{2}} = \left(S \cdot \frac{D}{Q} + I \cdot C \cdot \frac{Q}{2} \right) \cdot \frac{1}{I \cdot C \cdot Q^*}$$