CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA GESTIONALE

Gestione della Produzione e della Qualità

Carte di Controllo e Controllo Statistico di Processo (SPC)

Prof. Antonella Petrillo

CARTE DI CONTROLLO

Per spiegare la **Carta di Controllo** è necessario introdurre il concetto di variabilità, in quanto caratteristica fondamentale di ogni processo.

La variabilità riguarda le numerose caratteristiche di un processo e, in particolare, **noi siamo interessati a valutare le grandezze del processo**.

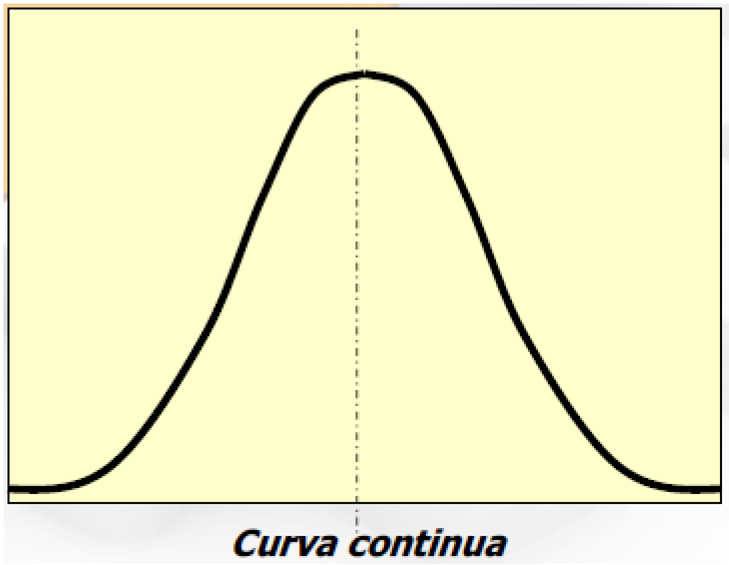
Il concetto di variabilità si fonda sul fatto che:
"**non esistono due oggetti perfettamente precisi**, per quanto alta sia stata la cura con cui vengono realizzati "

CARTE DI CONTROLLO

Se raccogliessimo tutti i dati relativi ad un processo in cui tutti i fattori (uomini, macchine, materiali, metodi, ecc .) si mantenessero costanti, tutti i dati assumerebbero lo stesso valore.

Nella realtà è impossibile mantenere costanti tutti i fattori che influenzano e condizionano un processo.

Anche se i dati cambiano nel tempo, le loro variazioni sono governate da una certa regola e tale situazione viene descritta dicendo che i dati seguono una certa **DISTRIBUZIONE.**



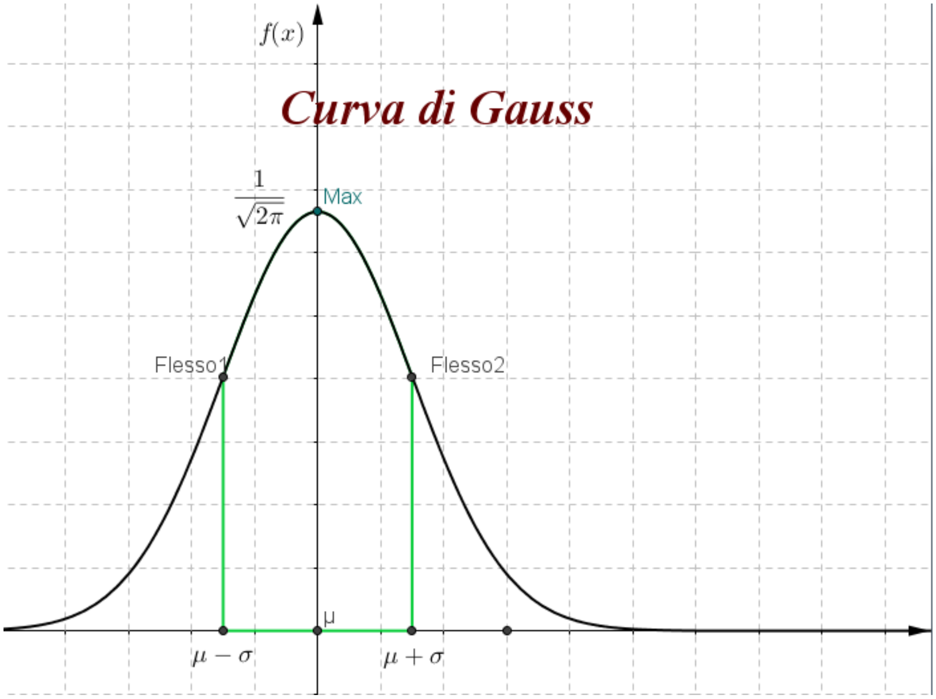
CARTE DI CONTROLLO

DISTRIBUZIONE NORMALE: APPROFONDIMENTO

Le caratteristiche fondamentali della curva di Gauss *f*(*x*)f(x) sono:

- la forma a campana;
- la simmetria rispetto al valor medio *μ*;
- il massimo per *x*=μ, dove l'ordinata corrisponde a 1/√12π;
- i punti *μ*−σ e *μ*+σ sono punti di flesso

Quanto più *x* si allontana da μ tanto più *f*(*x*) decresce e tende asintoticamente a zero.



CARTE DI CONTROLLO

DISTRIBUZIONE NORMALE: APPROFONDIMENTO

μ viene anche indicato come centro della distribuzione e caratterizza la posizione della curva sull'asse delle ascisse:

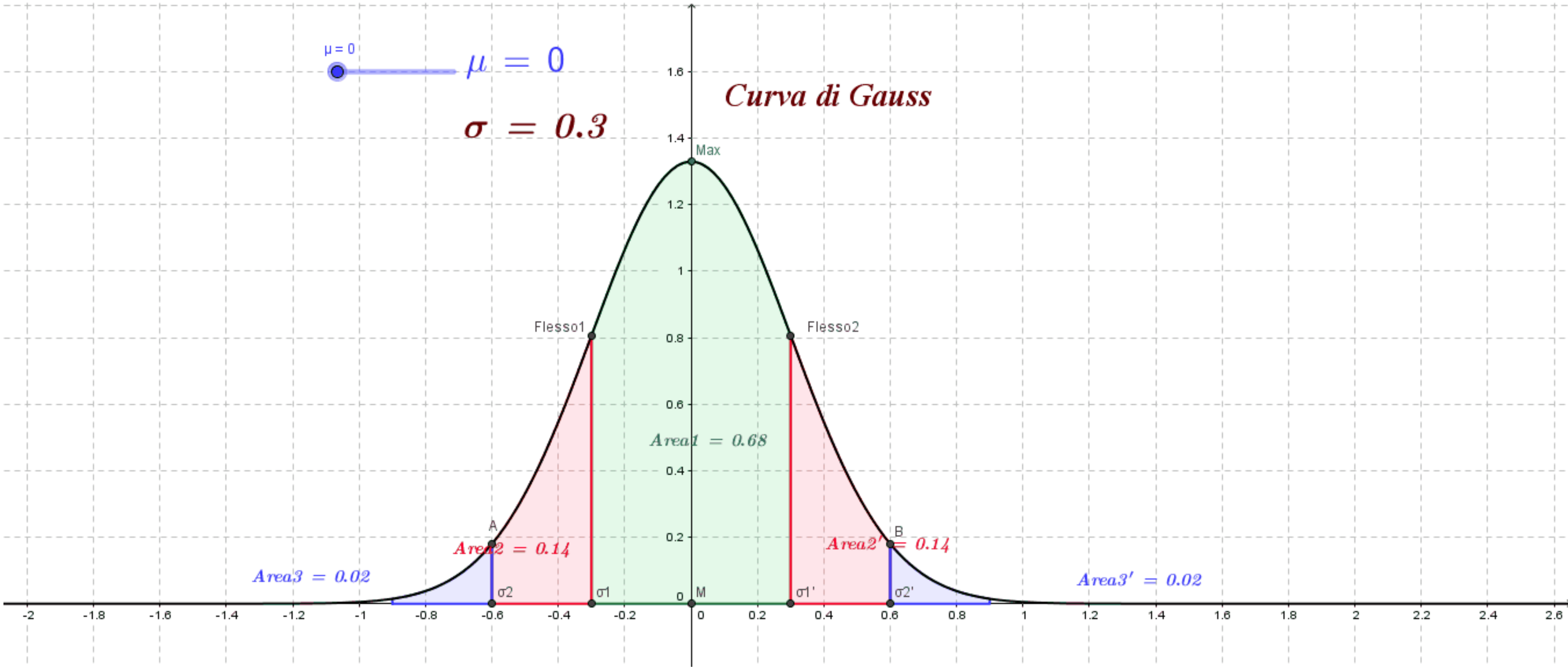
al variare di μ
la curva si sposta lungo l'asse
X, ma resta invariata nella sua forma.

Variazione della curva di Gauss al variare del valor medio

https://www.webtutordimatematica.it/materie/statistica-e-probabilita/distribuzioni-di-probabilita-continue/distribuzione-normale

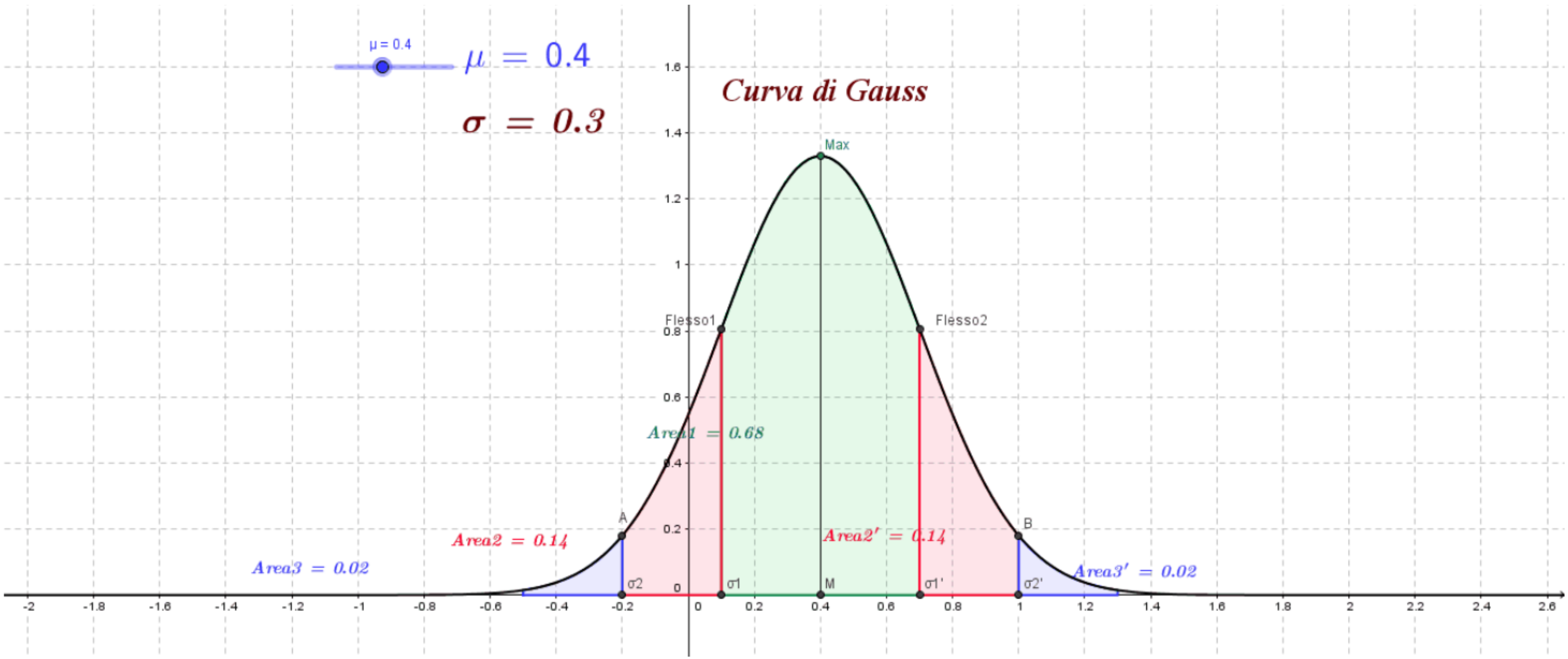
CARTE DI CONTROLLO

DISTRIBUZIONE NORMALE: APPROFONDIMENTO



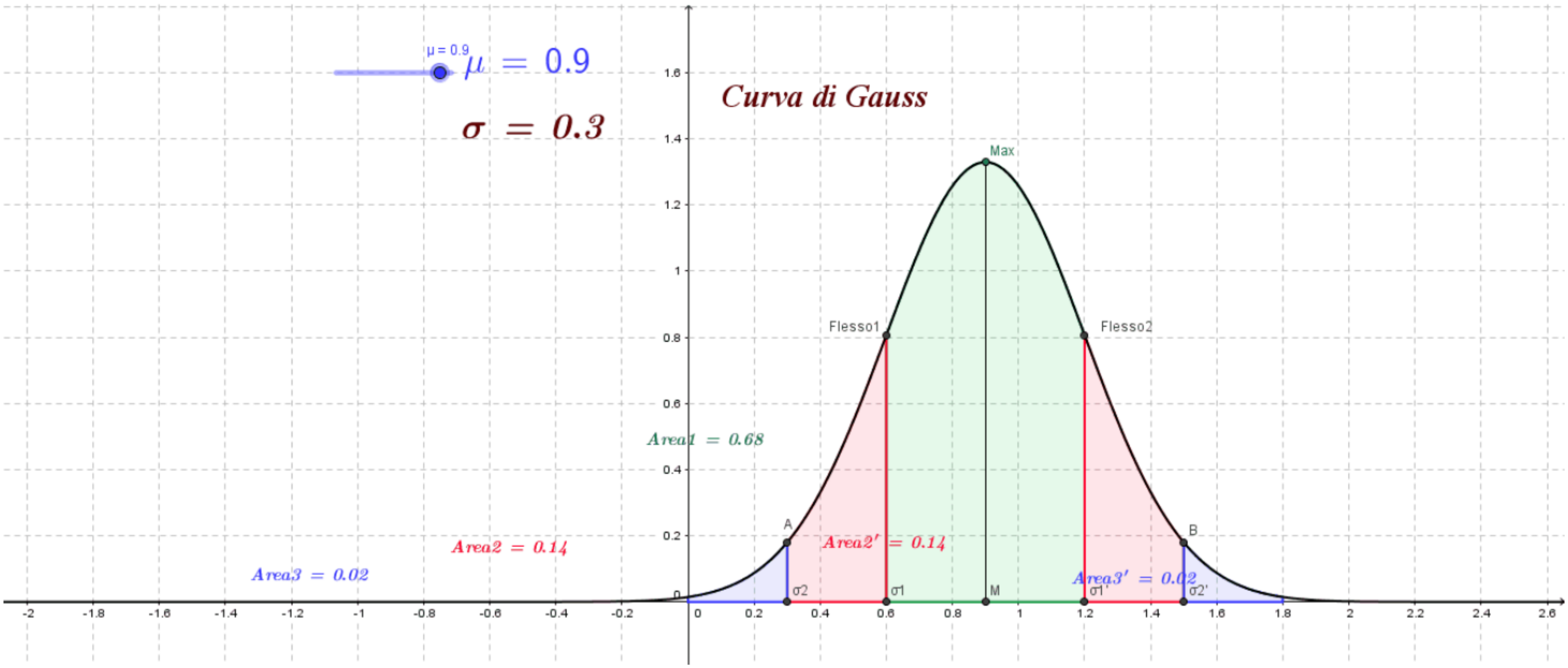
CARTE DI CONTROLLO

DISTRIBUZIONE NORMALE: APPROFONDIMENTO



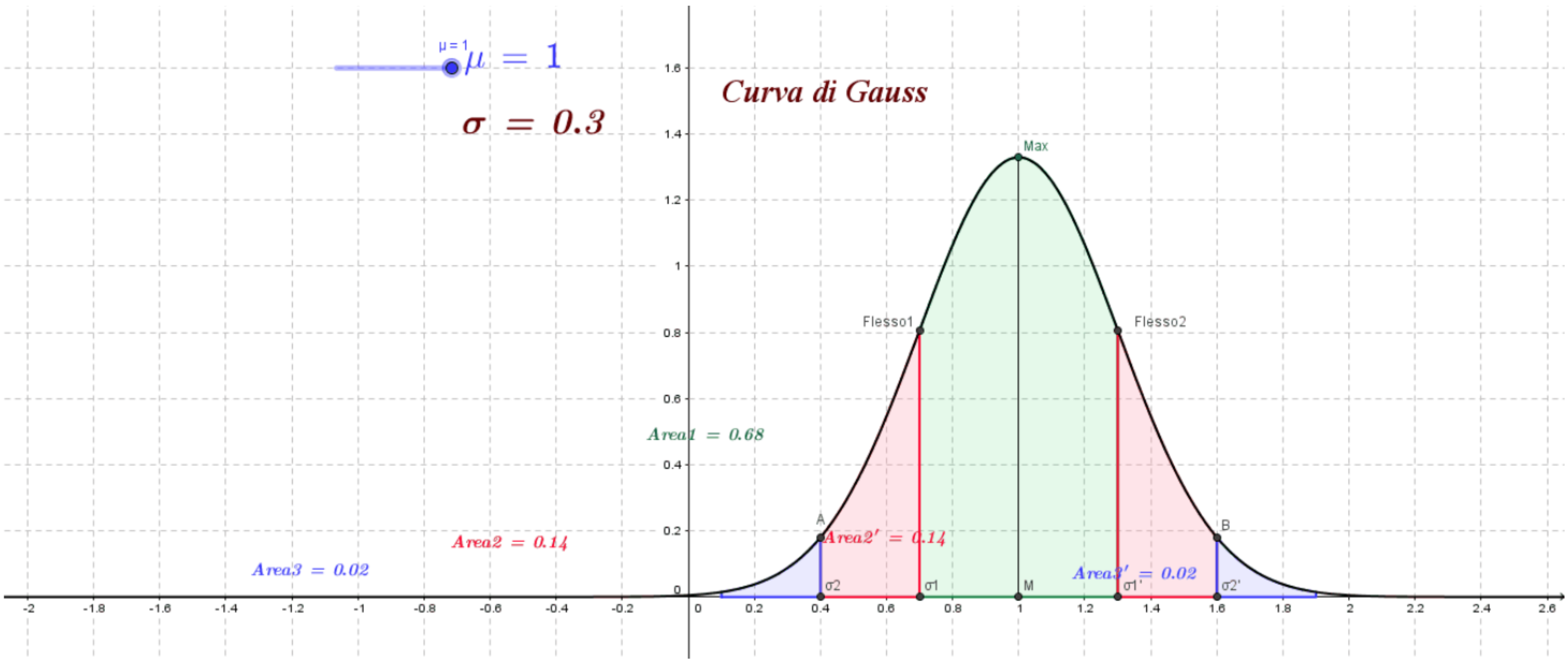
CARTE DI CONTROLLO

DISTRIBUZIONE NORMALE: APPROFONDIMENTO



CARTE DI CONTROLLO

DISTRIBUZIONE NORMALE: APPROFONDIMENTO



CARTE DI CONTROLLO

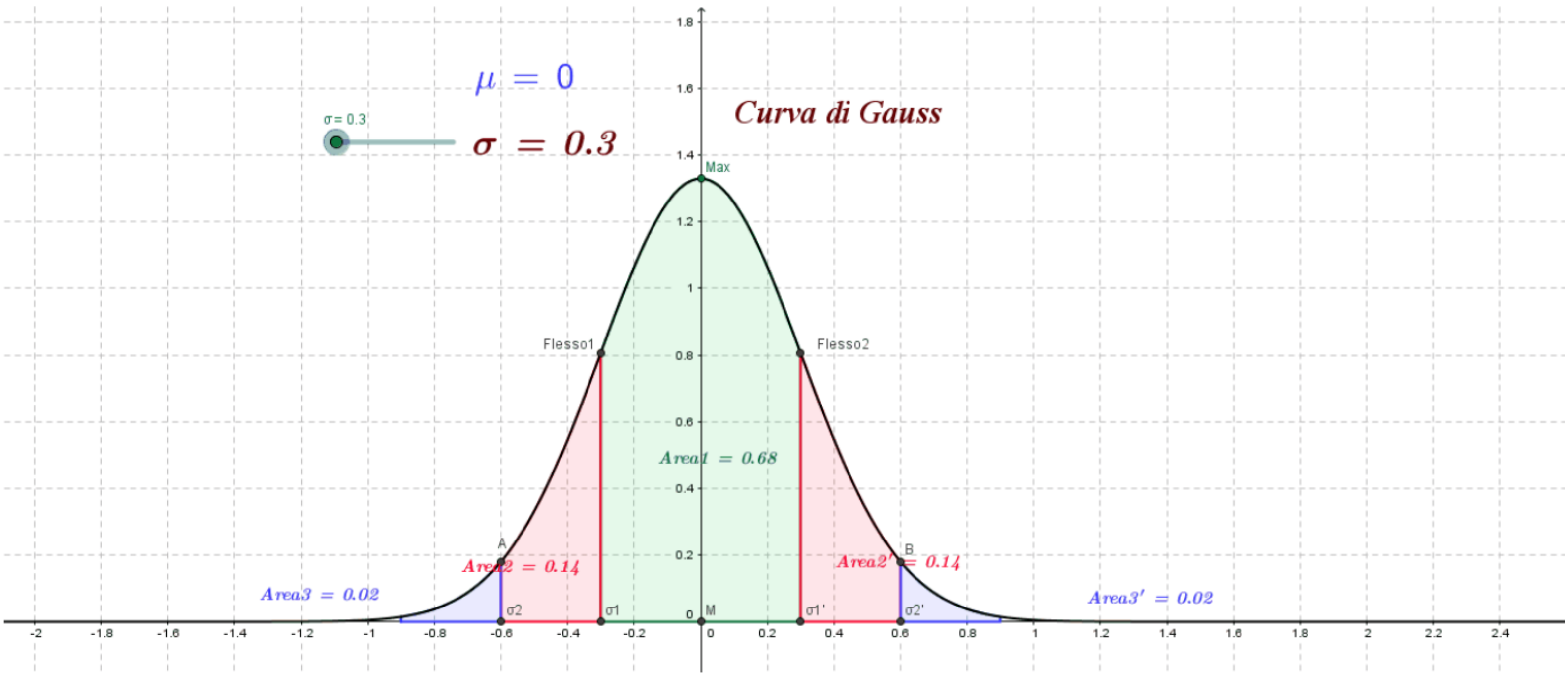
DISTRIBUZIONE NORMALE: APPROFONDIMENTO

Il parametro σ invece, caratterizza la forma della curva, in quanto è una misura della dispersione dei valori attorno al valore medio:

al variare di σ la curva cambia forma: infatti al crescere di σ la curva si appiattisce e si allarga, mentre al diminuire di σ la curva si restringe e si alza.

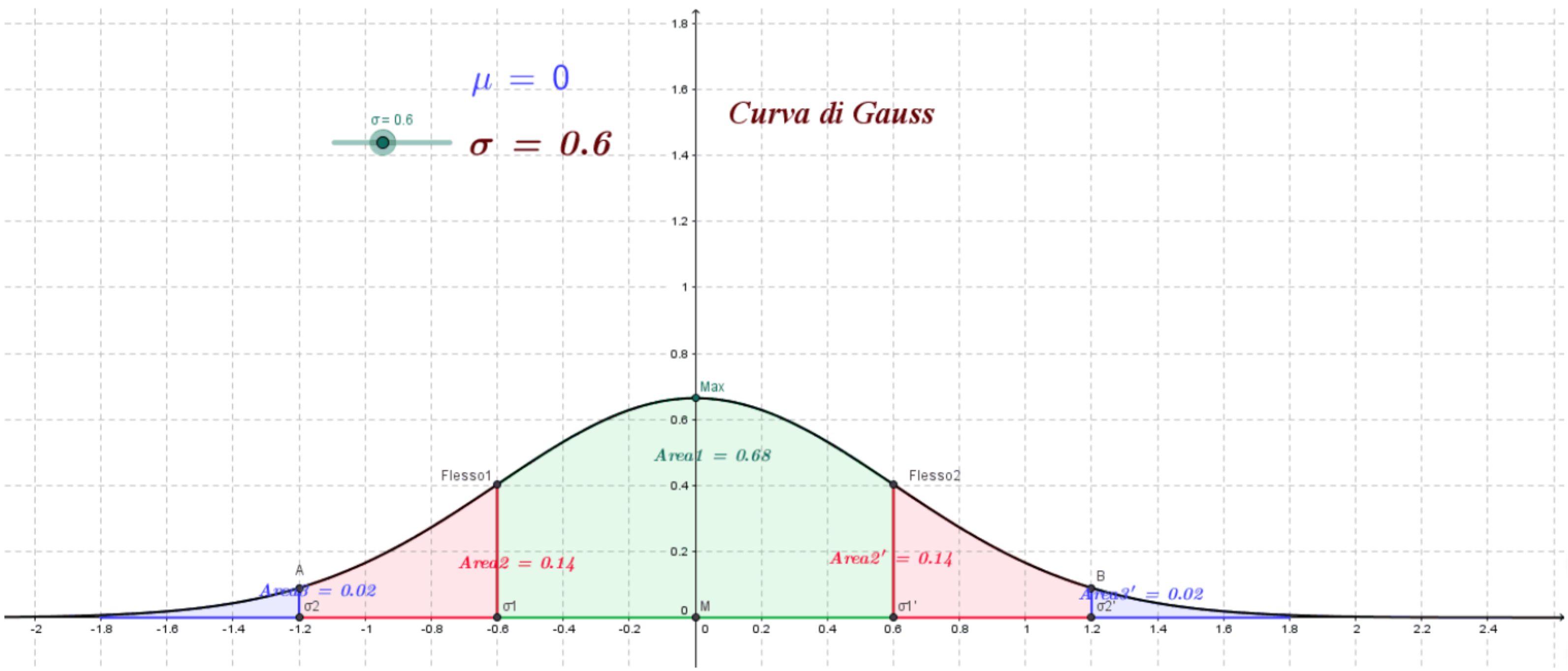
CARTE DI CONTROLLO

DISTRIBUZIONE NORMALE: APPROFONDIMENTO



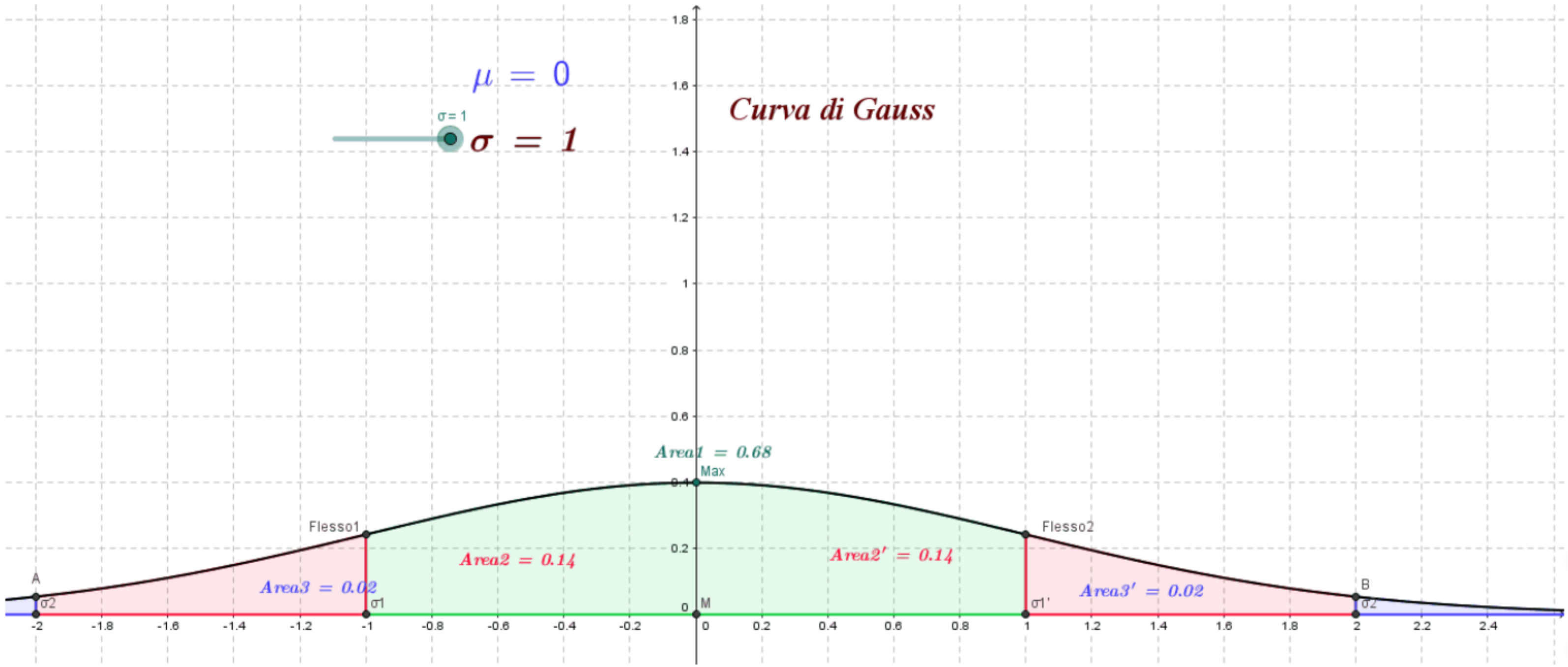
CARTE DI CONTROLLO

DISTRIBUZIONE NORMALE: APPROFONDIMENTO



CARTE DI CONTROLLO

DISTRIBUZIONE NORMALE: APPROFONDIMENTO



CARTE DI CONTROLLO

ESEMPI di processi:

RIEMPIMENTO DI FLACONI CON UN CERTO LIQUIDO

esempio di caratteristica variabile:

i grammi di liquido immessi nel singolo flacone

CARTE DI CONTROLLO

ESEMPI di processi:

SALDATURE DI ALCUNE PARTI MECCANICHE ESEGUITE MANUALMENTE

esempio di caratteristica variabile:

Il numero di saldature eseguite ogni ora

CARTE DI CONTROLLO

ESEMPI di processi:

BATTITURA A MACCHINE DI LETTERE

esempio di caratteristica variabile:

Il numero di errori di battitura ogni 100 righe battute

Cause di variabilità dei processi

Cause comuni (85%)

Sono insite nella natura stessa del processo. Le variazioni che ne seguono sono inevitabili ma contenute entro margini prevedibili.

Piccole variazioni delle caratteristiche dei materiali in ingresso, vibrazioni, abilità degli operatori, fluttuazioni nelle condizioni di lavoro,…

Cause speciali (15%)

Sono disturbi saltuari che causano anomalie episodiche, di entità imprevedibile, rimuovibili con idonei interventi correttivi.

Regolazione sbagliata delle macchine, guasto, errore dell’operatore, materiale in ingresso sbagliato o difettoso, ……

CARTE DI CONTROLLO

Statistical Process Control

Metodo di controllo di un processo che, con l'ausilio di strumenti statistici, consente di monitorarne l'evoluzione al fine di predisporre eventuali azioni che correggano le variazioni indesiderate dei parametri che potrebbero riflettersi in variazioni indesiderate delle caratteristiche del prodotto.

- *Caratterizzazione del Processo*
- *Studio della Capacità del Processo*
- *Ottimizzazione del Processo*
- *Controllo del Processo e del Prodotto*
- *Miglioramento del Processo*

CARTE DI CONTROLLO

Se è vero che la **variabilità** di un processo è inevitabile è anche vero che è necessario tenerla sotto controllo, in modo da mantenere livelli di qualità accettabili.

CARTE DI CONTROLLO

Per accorgerci se il nostro processo è influenzato da una causa speciale lo strumento più potente che abbiamo sono le **Carte di Controllo**

É lo strumento statistico utilizzato per controllare la stabilità di un fenomeno e per verificare il miglioramento nel tempo dei risultati di azioni KAIZEN e KAIRYO.

CARTE DI CONTROLLO

CHE COSA SONO LE CARTE DI CONTROLLO

Per raggiungere questo obiettivo è stata messa a punto da Walter Andrew Shewhart, ingegnere e statistico americano, a volte conosciuto come il padre del controllo statistico della qualità, la Carta di Controllo.

CARTE DI CONTROLLO

CHE COSA SONO LE CARTE DI CONTROLLO

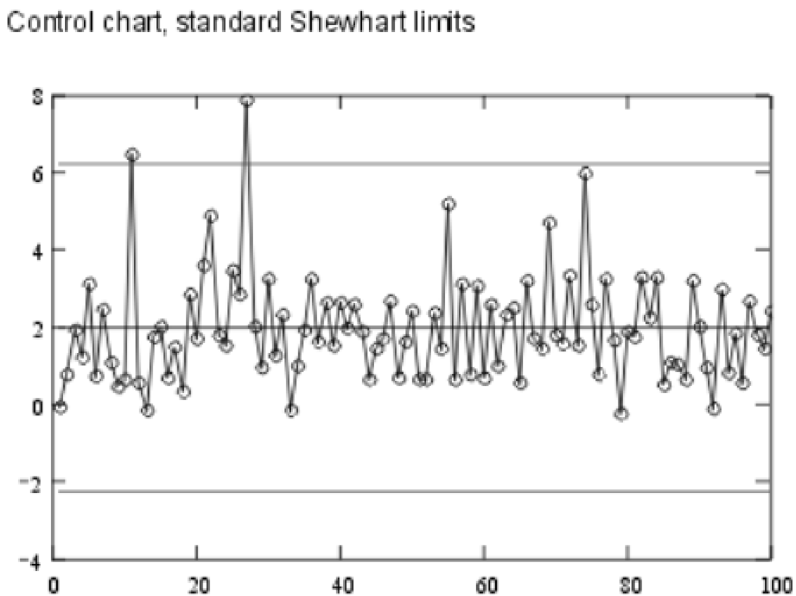
La prima carta di controllo venne costruita nel **1924** da **W.A.Shewhart** presso i laboratori ***Bell Telephone***.

Le carte di controllo sono uno **strumento grafico** che permettono di:

- **Eliminare** le variazioni abnormi, distinguendo tra variazioni dovute a **cause comuni** ed a **cause speciali**;
- Definire la **dispersione naturale** del processo;
- Seguire **l'evoluzione temporale** di una caratteristica o di un parametro;
- Valutare se un processo è in **stato di controllo** o meno.

CARTE DI CONTROLLO

IN CHE COSA CONSISTE UNA CARTA DI CONTROLLO



Una carta di controllo consiste in:

- Una **linea centrale**;
- Una **coppia** di limiti di controllo
- **Valori caratteristici** disegnati sul diagramma, che rappresentano lo stato del processo.

Una carta di controllo consiste quindi in un **confronto grafico** tra il *comportamento del processo* ed i cosiddetti *limiti di controllo*.

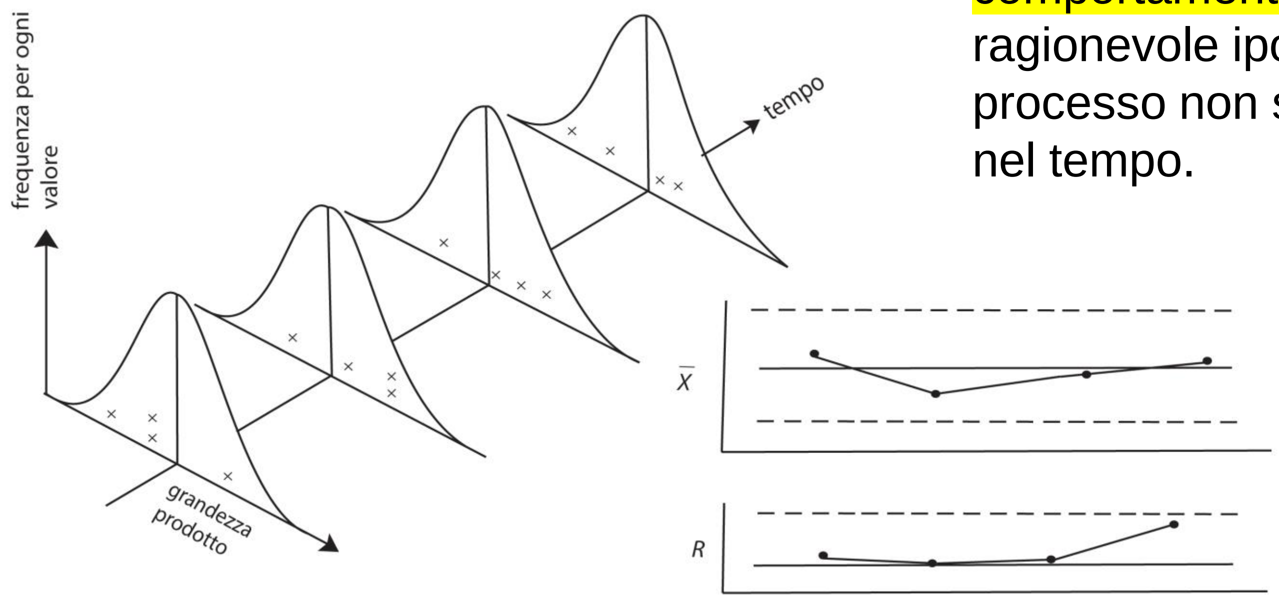
Scopo fondamentale di una carta di controllo è **accertare** la presenza di **cause speciali.**

CARTE DI CONTROLLO

PROCESSO IDEALE STABILE

Shewart ipotizzò di organizzare i dati secondo uno schema razionale, prelevando periodicamente dei **sottogruppi** ed osservando la posizione e la dispersione dei valori generati dal fenomeno.

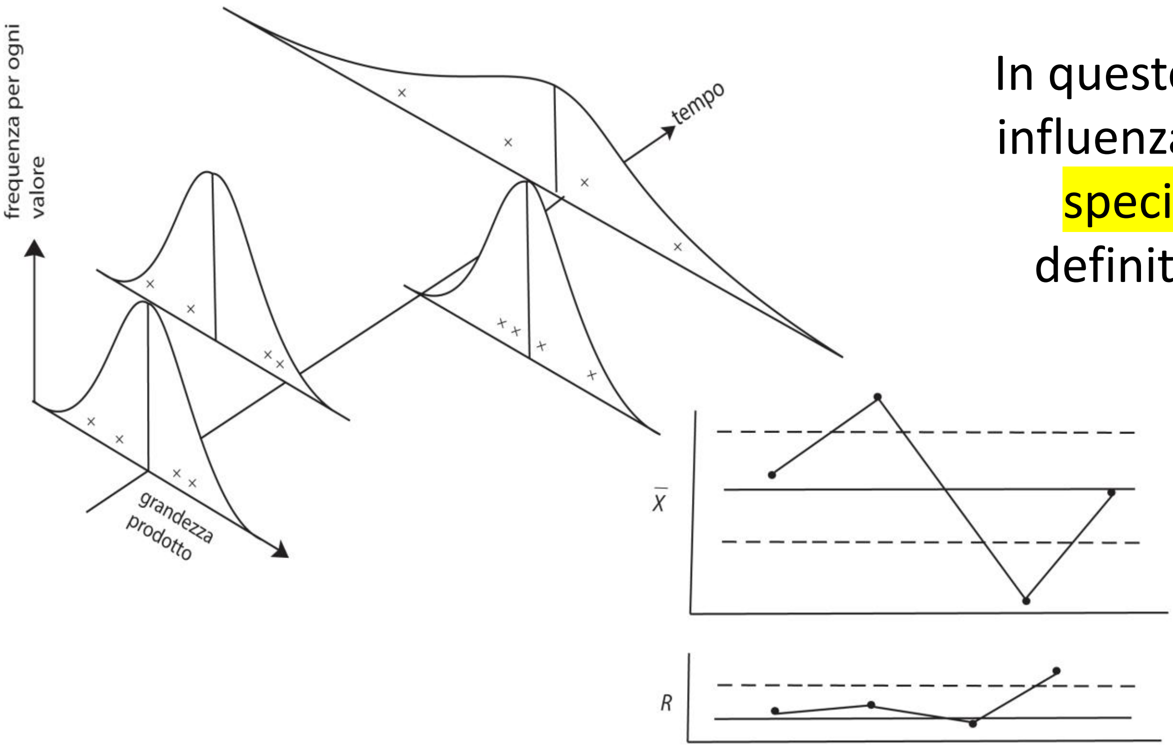
Se i sottogruppi evidenziano un comportamento stabile, è ragionevole ipotizzare che il processo non si sta modificando nel tempo.



CARTE DI CONTROLLO

PROCESSO IDEALE INSTABILE

Si consideri invece il caso di un processo che si **auto modifica** di ora in ora. I sottogruppi sono sintetizzati dalle loro **medie** e dalle loro **escursioni.**

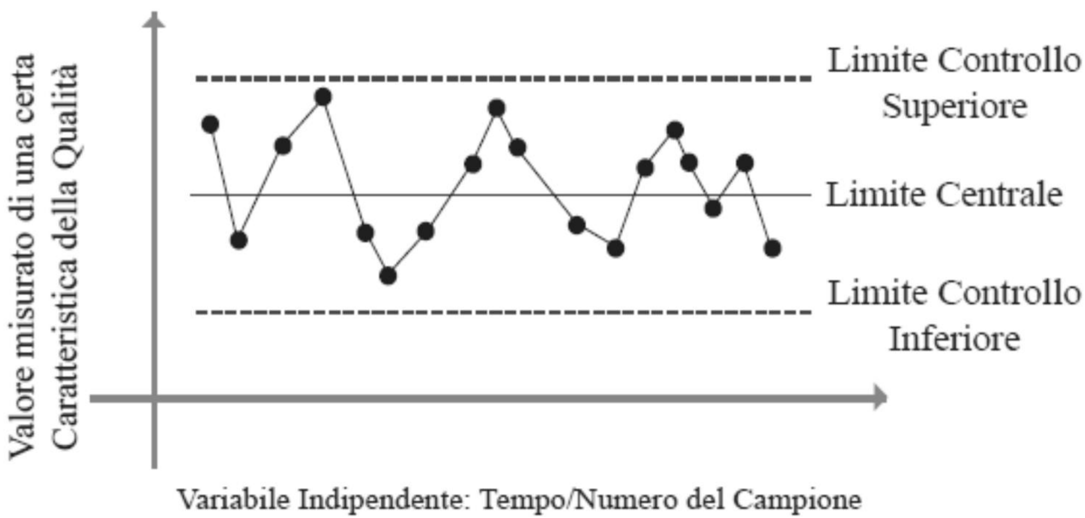


In questo caso il processo è influenzato anche da cause speciali, quindi viene definito **fuori controllo statistico**

CARTE DI CONTROLLO

In Figura è rappresentata una tipica carta di controllo. In essa è possibile distinguere:

- Una linea centrale;
- Una coppia di limiti di controllo;
- Valori caratteristici disegnati sul diagramma, che rappresentano lo stato del processo.



TIPI DI CARTE DI CONTROLLO

Esistono due diverse tipologie di carte di controllo → **Carte di controllo**

- Valori **CONTINUI**
- Valori **DISCRETI**

Valori CONTINUI:

1. Carta $\bar{x}; R$

E' il tipo di carta di controllo più comune. Ciascun punto della carta corrisponde ad un sottogruppo, ovvero ad un insieme omogeneo di dati rilevati in un determinato intervallo di tempo.

2. Carta x

Se i dati di un processo sono raccolti saltuariamente o non è significativo raggrupparli in sottogruppi. I singoli campioni sono disegnati singolarmente.

CARTE DI CONTROLLO

Valori DISCRETI:

1. Carta pn

Carta di controllo per ***numero*** di elementi difettosi. Utilizzata per campioni di dimensioni ***costanti***.

2. Carta p

Carta di controllo per ***percentuale*** di elementi difettosi. Utilizzata per campioni di dimensioni ***variabili***.

3. Carta u

Carta di controllo per ***numero di difetti per unità di prodotto.*** Utilizzata per prodotti di dimensioni ***variabili***.

4. Carta c

Carta di controllo per ***numero di difetti.*** Utilizzata per prodotti di dimensioni ***costanti***.

Classificazione delle diverse tipologie di carte di controllo

Valori caratteristici	**Nome**	**Tipologia**
Valori continui	$\bar{x}$-R	valore medio e campo di variazione
Valori continui	x	valore osservato
Valori discreti	pn	numero di unità difettose
Valori discreti	p	frazione difettosa
Valori discreti	c	numero di difetti
Valori discreti	u	numero di difetti per unità

CARTE DI CONTROLLO

COSTRUZIONE DELLA CARTA DI CONTROLLO $\bar{x}; R$

1. Raccogliere all'incirca **100 dati**. Suddividerli in **20-25** sottogruppi di **4 o 5** dati omogenei all'interno del sottogruppo.

Sottogruppi	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\bar{X}$	R
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
⋮							
25							
TOTALE	/	/	/	/	/	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{R}$

Il numero di elementi per sottogruppo e indicato con N e varia da 3 a 10.

CARTE DI CONTROLLO

COSTRUZIONE DELLA CARTA DI CONTROLLO $\overline{x}; R$

2. Ordinare i dati sotto forma di tabella e calcolare.

- media di ogni sottogruppo $\bar{x}_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$
- escursione R di ogni sottogruppo $R_i = (x_{imax} - x_{imin})$
- media delle medie $\bar{\bar{x}} = LC_x = \frac{\sum_{i=1}^{m} \bar{X}_i}{m}$
- escursione media $\bar{R} = LC_R = \frac{\sum_{i=1}^{m} R_i}{m}$

Notiamo che gli $\bar{x}_i$ rappresentano i valori misurati per ogni *n* elementi e $x_{imax} - x_{imin}$ sono rispettivamente il valore massimo ed il valore minimo misurato in ogni campione.

CARTE DI CONTROLLO

COSTRUZIONE DELLA CARTA DI CONTROLLO $\overline{x}; R$

3. Si fissano i limiti di controllo superiore ed inferiore della parte x della carta *x-R*.

Teoricamente $LCS\bar{x}$ e $LCI\bar{x}$ dovrebbero essere posizionati a $LCx \pm k\sigma_x$, dove σ_x rappresenta la deviazione standard della media dei campioni ed in genere si pone k=3.

Il calcolo di questa quantità è complesso e suscettibile di errori, pertanto si può impiegare una stima $\tilde{\sigma}$ della deviazione standard del processo, e da questa, per il Teorema del Limite Centrale si ricava σ_x.

$$\tilde{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Da cui:

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cong \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}} = \frac{\bar{R}}{d_2 * \sqrt{n}}$$

dove d_2 è un parametro che si ricava da apposite tavole e che dipende da *n* (dove *n* è la numerosità del sottogruppo).

CARTE DI CONTROLLO

COSTRUZIONE DELLA CARTA DI CONTROLLO $\bar{x}; R$

Numerosità del campione (n)	Carta $\bar{X}$	Carta R				
	A_2	d_2	$1/d_2$	d_3	D_3	D_4
2	1.800	1.128	0.8862	0.853	-	3.267
3	1.023	1.693	0.5908	0.888	-	2.575
4	0.729	2.059	0.4857	0.880	-	2.282
5	0.577	2.326	0.4299	0.864	-	2.115
6	0.483	2.534	0.3946	0.848	-	2.004
7	0.419	2.704	0.3698	0.833	0.076	1.924
8	0.373	2.847	0.3512	0.820	0.136	1.864
9	337	2.970	0.3367	0.808	0.184	1.816
10	308	3.078	0.3249	0.797	0.223	1.777

CARTE DI CONTROLLO

COSTRUZIONE DELLA CARTA DI CONTROLLO $\bar{x}; R$

I limiti della Carta X medio diventano quindi:

$$LCS_x,\ LCI_x = LC_x \pm 3\,\frac{\bar{R}}{d_2 * \sqrt{n}} = LC_x \pm A_2\,\bar{R}$$

Dove $A_2 = \dfrac{3}{d_2 * \sqrt{n}}$

CARTE DI CONTROLLO

COSTRUZIONE DELLA CARTA DI CONTROLLO $\overline{x}; R$

4. Si fissano i limiti di controllo superiore ed inferiore della parte R della carta x-R. Il procedimento è analogo a quello effettuato per la parte x della carta *x-R.*

$$LCS_R,\ LCI_R = \bar{R} \pm 3\sigma_R$$

Dalla relazione $\tilde{\sigma} = \dfrac{\bar{R}}{d_2}$

Si ottiene:

$$\tilde{\sigma}_R = \frac{\bar{R}}{d_2} d_3$$

CARTE DI CONTROLLO

COSTRUZIONE DELLA CARTA DI CONTROLLO $\overline{x}; R$

4. I limiti della parte R della Carta x-R diventano così:

$$LCS_R = \bar{R} + 3\frac{\bar{R}}{d_2} d_3 = \bar{R}\left(1+3\frac{d_3}{d_2}\right) = \bar{R}\,D_4$$

$$LCI_R = \bar{R} - 3\frac{\bar{R}}{d_2} d_3 = \bar{R}\left(1-3\frac{d_3}{d_2}\right) = \bar{R}\,D_3$$

Dove i valore D_3 e D_4 si ricavano in funzione di *n* dalla tabella

CARTE DI CONTROLLO

5. Si costruiscono i grafici $\bar{x}; R$

6. Si interpretano le carte di controllo, verificando che tutti i punti siano all'interno dei limiti.

Ogni punto della carta di controllo è rappresentativo del valore medio di più valori di uno stesso parametro.

Pertanto un punto della carta di controllo non corrisponde ad una singola osservazione.

CARTE DI CONTROLLO

Da un’analisi della disposizione dei punti sulla carta di controllo, e da una loro interpretazione, è possibile capire lo stato del processo. Per sapere se un processo è stabile, si utilizzano i seguenti criteri:

- ***Uscita dai limiti di controllo:*** alcuni punti sono fuori dei limiti di controllo.
- ***Sequenza:*** alcuni punti cadono consecutivamente in una stessa banda rispetto alla linea centrale

CARTE DI CONTROLLO

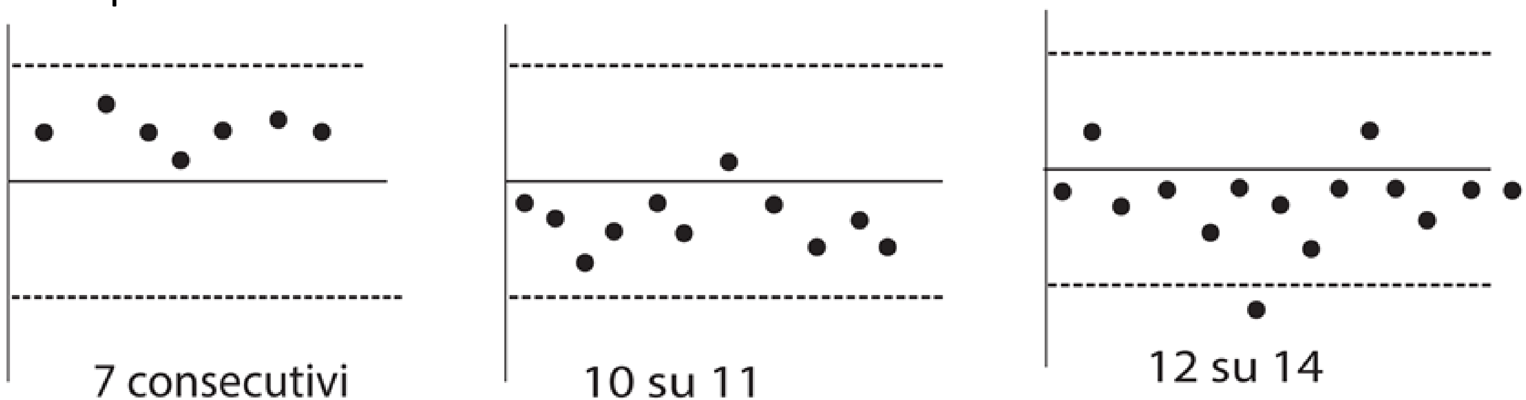
Essere dentro i limiti della carta di controllo é solo una condizione necessaria ma non sufficiente per poter dire che un processo é sotto controllo, infatti ecco alcuni esempi

CARTE DI CONTROLLO

Configurazioni "particolari"

Caso 1: Serie di punti consecutivi in una stessa parte del diagramma:

- 7 punti consecutivi;
- 10 punti su 11 consecutivi;
- 12 punti su 14 consecutivi;
- 16 punti su 20 consecutivi.

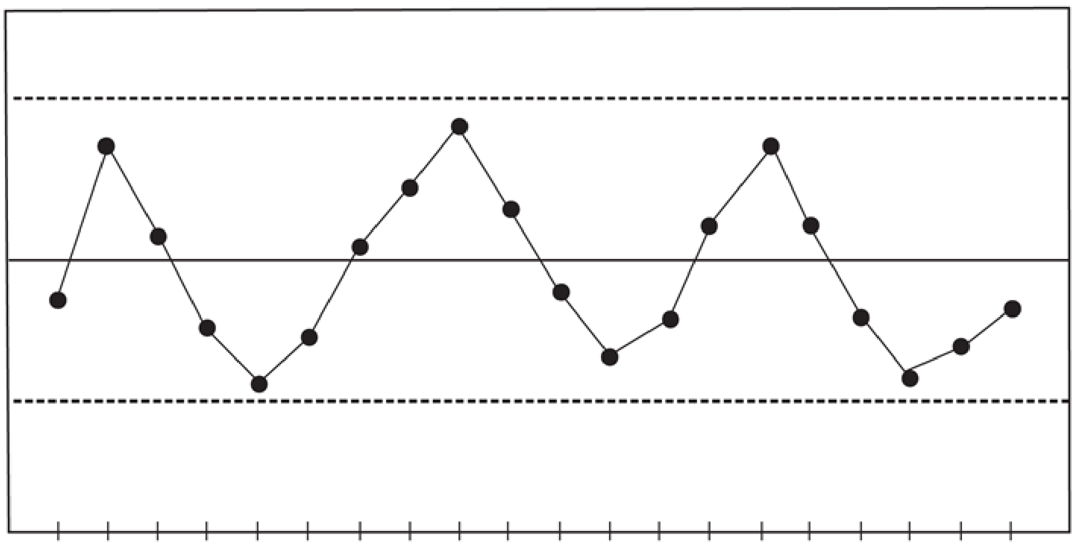


Possibili cause sono l'uso di **differenti materie prime**, presenza di un **nuovo operatore inesperto**, presenza di **un difetto di una parte della macchina** oppure il mutamento della messa a punto della macchina.

CARTE DI CONTROLLO

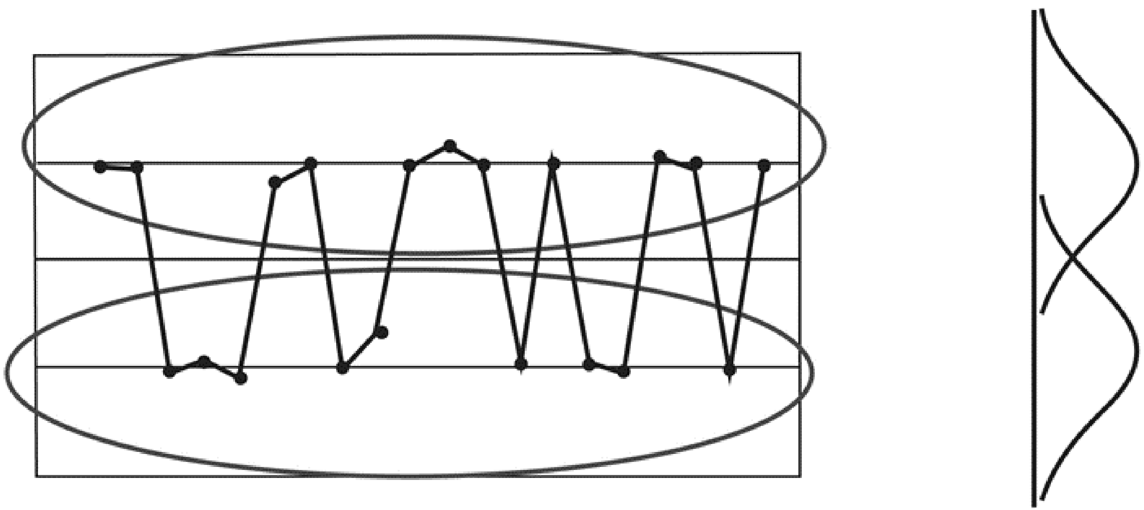
Configurazioni "particolari"

Caso 2: Si evidenzia un **andamento ciclico** dei dati dovuto sicuramente a delle cause ricorrenti (es.: un ambiente climaticamente non controllato durante le stagioni estreme, registrazione dei punti effettuata da operatori diversi, macchinari diversi).



Configurazioni "particolari"

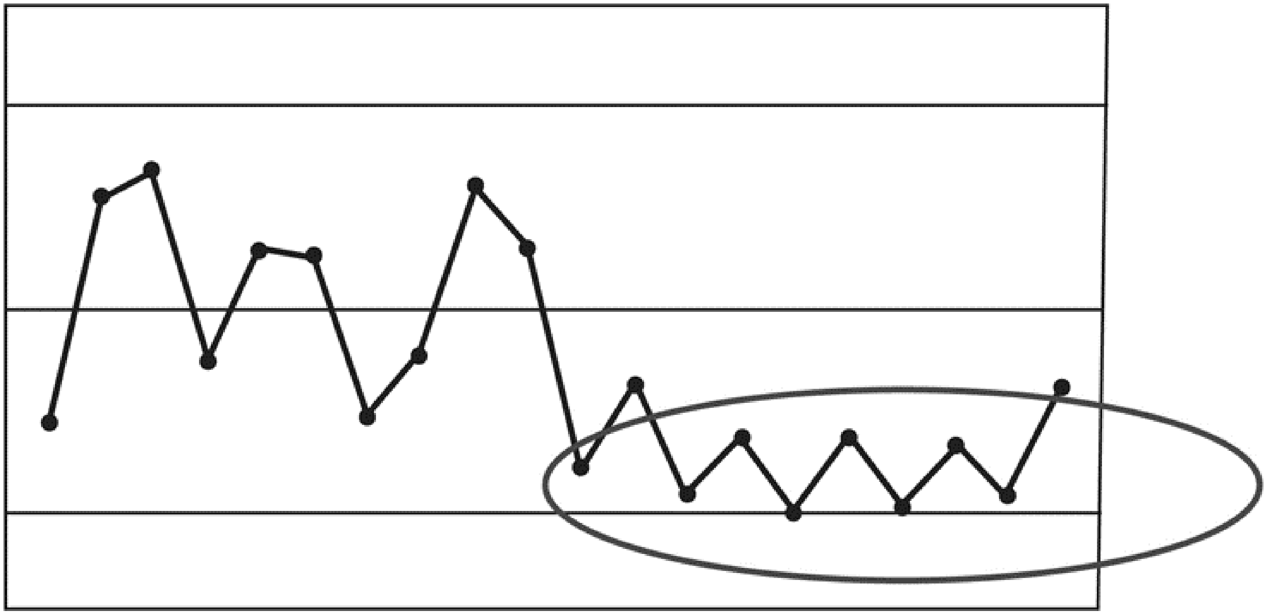
Caso 3: La distribuzione dei dati è caratterizzata da **due andamenti distinti**, che possono essere, ad esempio, il risultato di due operatori che settano la macchina in modo diverso all'inizio dei turni.



CARTE DI CONTROLLO

Configurazioni "particolari"

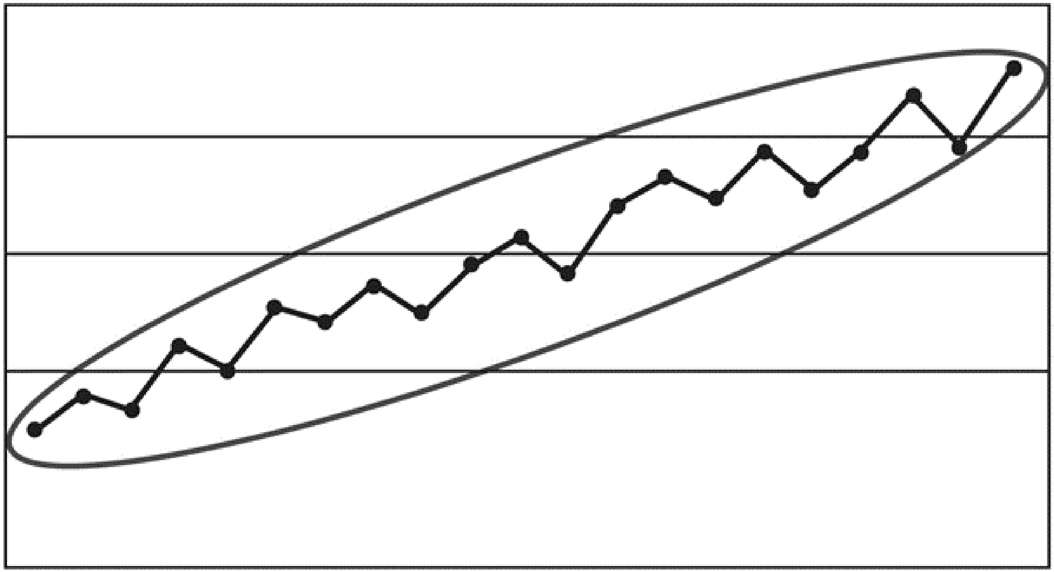
Caso 4: Brusco cambiamento della media (es.: cambio della materia prima, cambio di un utensile in corso di produzione)



CARTE DI CONTROLLO

Configurazioni “particolari”

Caso 5. Un trend con dei valori fuori specifica. Il processo è evidentemente fuori controllo a causa per esempio di un **settaggio dell’utensile che si degrada** con il tempo, oppure a causa di un **errore di misura**.



CARTE DI CONTROLLO

NOTA

La deviazione standard σ del processo può essere calcolata tramite la relazione:

1. $$\sigma = \frac{\overline{R}}{d_2}$$ Se si stanno utilizzando le carte $\overline{x}; R$

2. $$\sigma = \frac{\overline{s}}{c_4}$$ Se si stanno utilizzando le carte $\overline{x}; s$

3. $$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1}}$$ Se non si stanno utilizzando carte di controllo

IN SINTESI

A COSA SERVE
✓**Ad individuare la variabilità di un fenomeno nel tempo**

COME SI APPLICA
✓Bisogna essere rigorosi nel seguire le indicazioni di utilizzo
✓Considerarla anche un efficace strumento di gestione a vista di dati importanti che restano costantemente sotto controllo
✓Bisogna utilizzare anche i modelli di fuori controllo (configurazioni temporali tipiche) per evidenziare una causa piuttosto che un'altra

DOVE SI APPLICA
✓ Nella fase di monitoraggio dei livelli di quantità di diverse attività

QUANDO SI APPLICA
✓ Subito dopo la raccolta dati per rappresentare in modo chiaro i dati stessi
✓Il più possibile ravvicinata nel tempo rispetto all'attività che si svuole monitorare

ERRORI DA EVITARE
✓**Stancarsi dopo un po' di tempo di registrare i dati**
✓**Confondere le carte con le semplici registrazioni dei dati nel tempo**
✓**Non modificare i limiti di controllo al variare della configurazione del sistema**

Studio della capacità di processo: indici Cp e Cpk

CAPACITA' DI PROCESSO

La funzionalità di un processo (o capacita), e la misura del suo grado di performance.

Con tale termine si intende fare riferimento a quanto il processo e in grado di realizzare parti rispondenti alle specifiche di progettazione.

Uno studio di funzionalità consente di rispondere alle domande:

"Il processo deve essere migliorato?"

"Se si, di quanto?"

CAPACITA' DI PROCESSO

La variabilità di un processo può essere descritta utilizzando un'unica ***distribuzione****, solitamente di* ***tipo normale****.*

Pertanto la funzionalità, o capacità di un processo, può essere valutata utilizzando le proprietà di tale distribuzione.

CAPACITA' DI PROCESSO

Per la determinazione degli indici di capacità, è necessario definire alcuni termini:

- ***USL*** *(Upper Specification Limit) limite di specifica superiore;*
- ***LSL*** *(Lower Specification Limit) limite di specifica inferiore.*

Il punto medio è il centro dei limiti di specifica, ed è talvolta indicato con il termine valore nominale, o valore prescritto, o target.

CAPACITA' DI PROCESSO

La tolleranza è un valore che sintetizza la nostra capacità di realizzare correttamente un prodotto.

Ogni processo è caratterizzato, inoltre, da una ***TOLLERANZA NATURALE*** T_n , che esprime la variabilità che possiede un sistema produttivo entro un determinato campo di tolleranza. **Essa individua l'intervallo entro il quale il processo è "*capace*" di collocare la maggior parte di campioni.**

Per convenzione si assume che la tolleranza naturale abbia una ampiezza pari a:

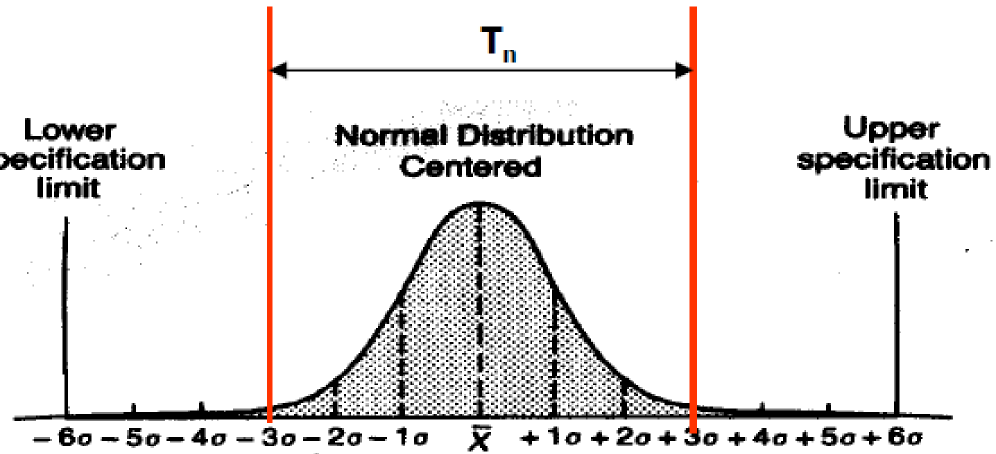
$$T_n = \pm 3\sigma$$

Dove σ indica la deviazione standard

CAPACITA' DI PROCESSO

TOLLERANZA NATURALE T_n

$T_n = \pm 3\sigma$

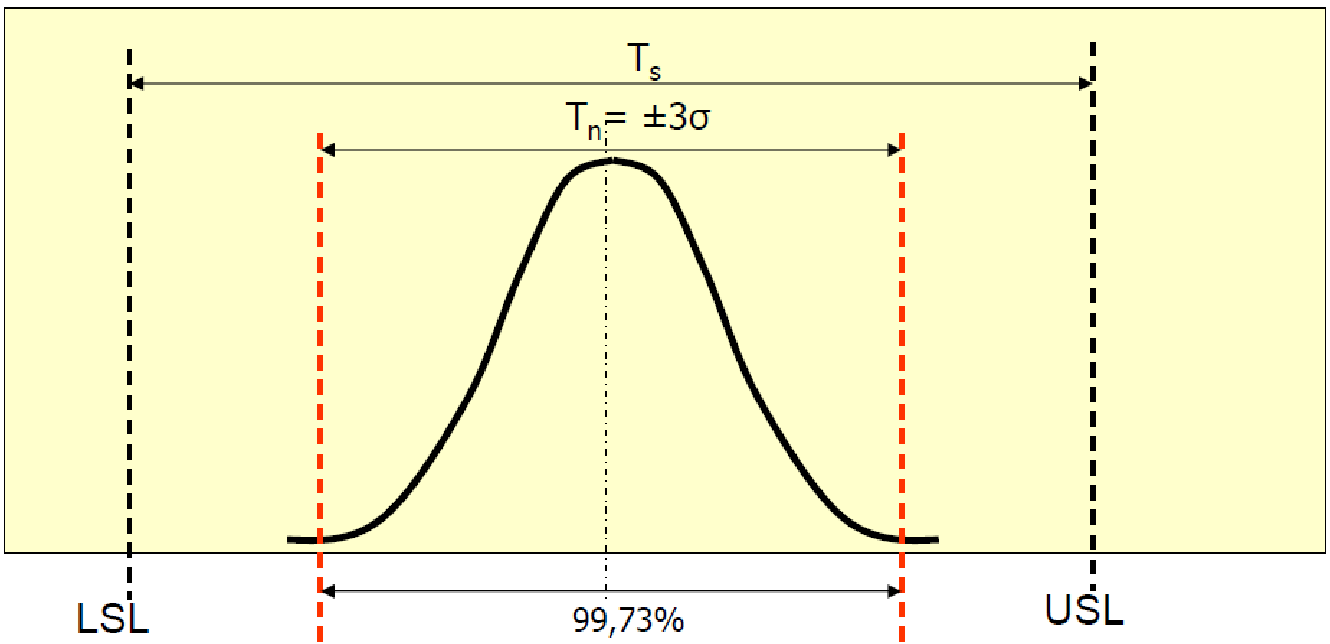


Spec. limit	Percent	Defective ppm
±1 sigma	68.27	317300
±2 sigma	95.45	45500
±3 sigma	99.73	2700
±4 sigma	99.9937	63
±5 sigma	99.999943	0.57
±6 sigma	99.9999998	.002

CAPACITA' DI PROCESSO

La ***TOLLERANZA SPECIFICATA*** ***TS***, legata alle ***caratteristiche/funzionalità del prodotto***, e definita come:

$$T_S = USL - LSL$$



CAPACITA' DI PROCESSO

ESEMPIO

Si considerino i valori in Tabella, relativi ad osservazioni provenienti da 10 campioni di numerosità *n=50* estratti casualmente da un certo processo produttivo. La specifica di progetto è 32±10. Si determini la tolleranza naturale e la specificata

Campioni	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
$\bar{x}$	35,1	34,6	33,2	34,8	33,4
σ	5,35	4,73	3,73	4,55	4,00
Campioni	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$\bar{x}$	33,9	34,4	33,0	32,8	34,8
σ	4,30	4,98	5,30	3,30	3,76

$$\bar{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\bar{x}_i}{m} = \sum_{i=1}^{10} \frac{\bar{x}_i}{10} = 34$$

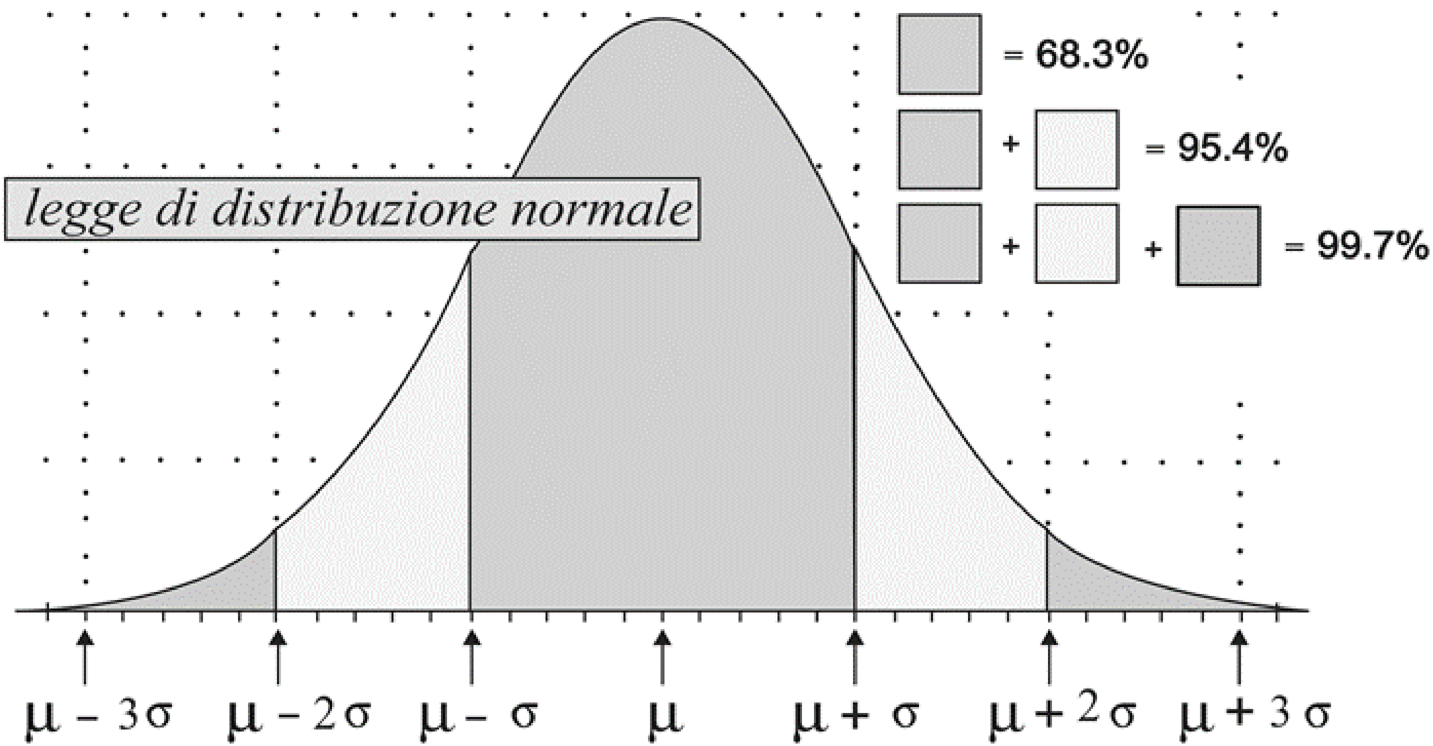
$$\bar{\bar{\sigma}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\sigma_i}{m} = \sum_{i=1}^{10} \frac{\sigma}{10} = 4{,}40$$

$$T_n = 6\sigma = 6 \cdot 4{,}40 = 26{,}40$$

$$T_s = 42 - 22 = 20$$

CAPACITA' DI PROCESSO

In una distribuzione normale, l'intervallo tra i limiti di tolleranza naturale corrisponde ad una probabilità del 99,73%, ovvero si ha una probabilità dello 0,27% di ottenere valori fuori da detto intervallo.



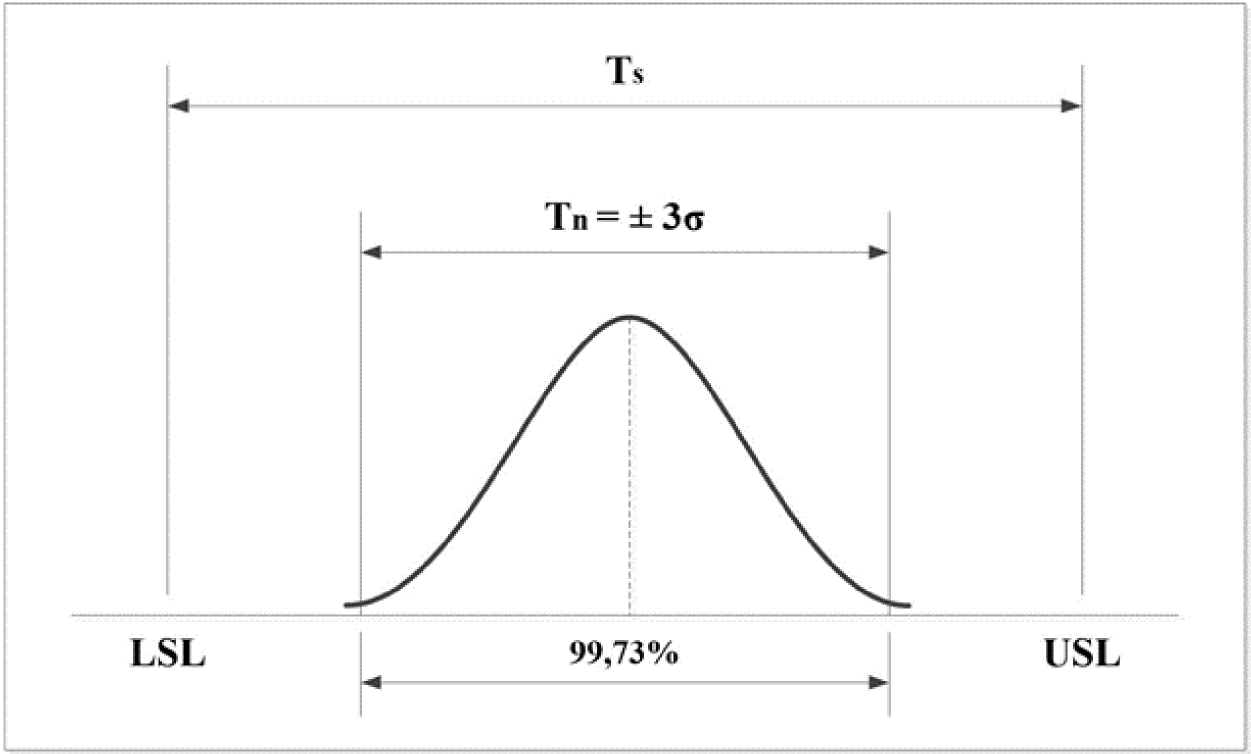
CAPACITA' DI PROCESSO

Si osservi che:

- Anche se un valore di probabilità dello 0,27% può sembrare piccolo, esso corrisponde comunque a 2.700 unità non conformi ogni milione;
- Se la distribuzione rappresentativa del processo non è normale, la percentuale di elementi posti al di fuori dei limiti $\mu \pm 3\sigma$ può risultare considerevolmente diversa da 0,27%.

CAPACITA' DI PROCESSO

Esempio di tolleranza specificata e naturale



CAPACITA' DI PROCESSO

Un processo si dice ***capace*** quando la maggioranza dei prodotti realizzati risponde alle specifiche del progettista.

La prima condizione affinché ciò accada, è che la distribuzione dei dati assuma un andamento a campana, concentrati intorno al valor medio.

Il parametro che sintetizza tale condizione e il **Cp**, che confronta la tolleranza **naturale del processo *(Tn)*** con quella **specifi cata *(Ts)*** a progetto, indipendentemente dalla centratura.

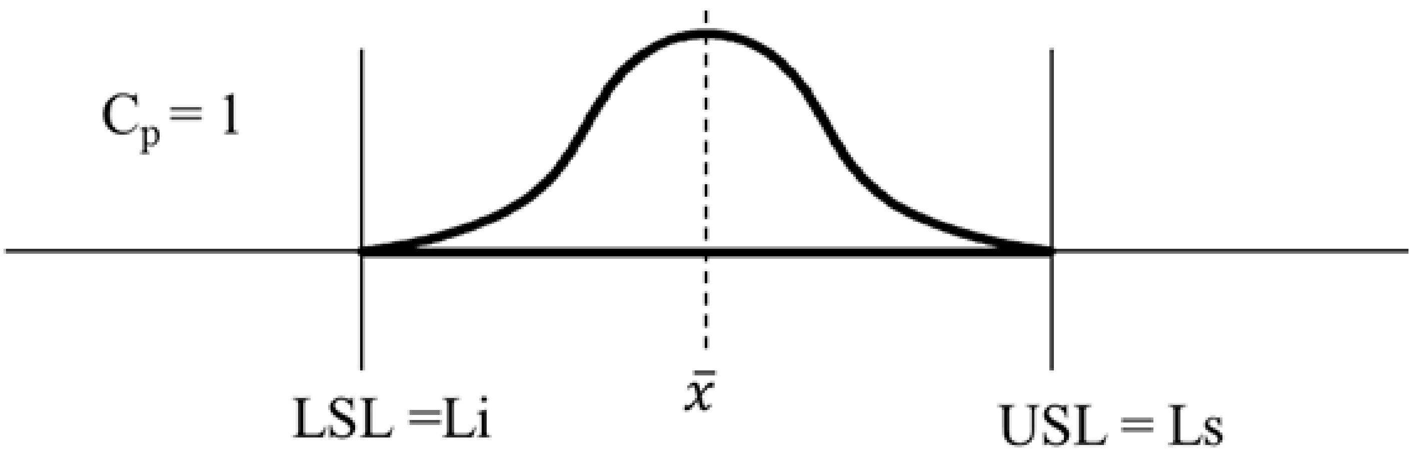
$$C_p = \frac{(USL - LSL)}{6\sigma}$$

Si possono verificare le seguenti condizioni:

- ***C_p =1*** quando la tolleranza naturale del processo e la tolleranza specificata si equivalgono;
- ***Cp >1*** quando la tolleranza naturale del processo è minore della tolleranza specificata;
- ***Cp <1*** quando la tolleranza naturale del processo è maggiore della tolleranza specificata.

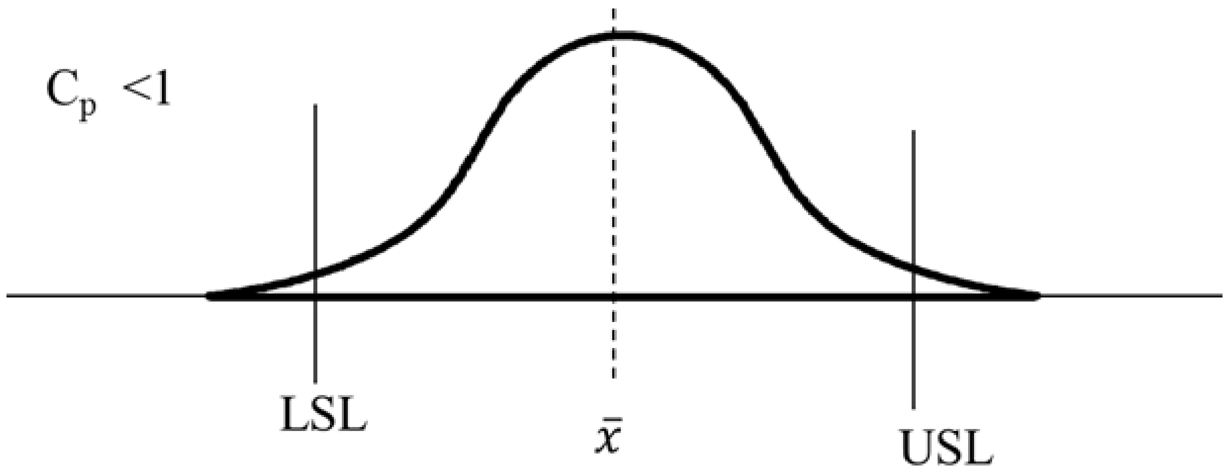
CAPACITA' DI PROCESSO

Nell'ipotesi in cui la distribuzione è perfettamente centrata rispetto ai limiti di tolleranza, per un valore di **Cp=1**, la rappresentazione grafica del processo potrebbe essere quella indicata in Figura



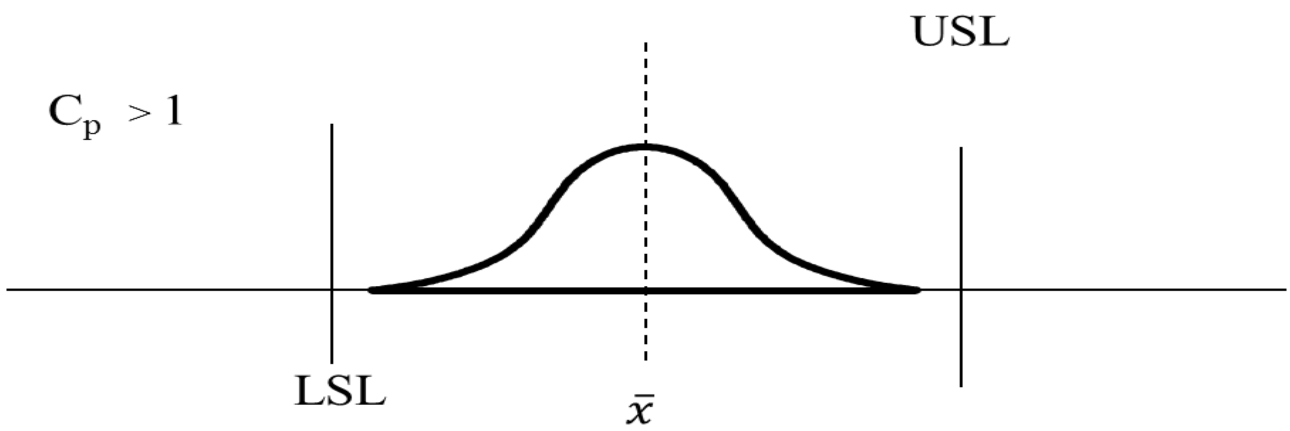
CAPACITA' DI PROCESSO

Nel caso in cui, invece, la tolleranza naturale del processo è maggiore della tolleranza specificata, e pertanto il valore di **Cp risulta minore di 1**, il processo può essere indicativamente rappresentato dalla Figura



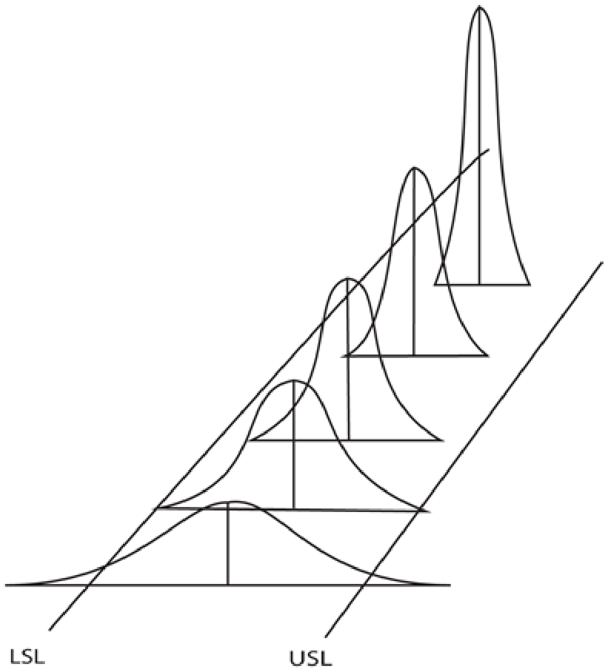
CAPACITA' DI PROCESSO

Nel caso in cui la tolleranza naturale del processo è minore della tolleranza specificata, e pertanto il valore di **Cp è maggiore di 1**, la Figura rappresenta in maniera approssimativa tale situazione.



CAPACITA' DI PROCESSO

In definitiva il rapporto tra la tolleranza del processo, ovvero l'intervallo tra la specifica superiore e inferiore, e la capacità del processo, ovvero 6σ, fornisce un indice **per individuare la tendenza del processo** a fornire prodotti fuori dalle specifiche, quindi non conformi.



Cp	σ	ppm
2.00	6.0	3.4
1.67	5.0	233
1.33	4.0	6.210
1.00	3.0	66.800
67	2.0	308.540

CAPACITA' DI PROCESSO

Nel caso in cui **Cp = 2**, il processo non solo **è capace** di produrre beni o servizi che rientrano nelle specifiche, ma anche qualora la media del **processo oscillasse** inavvertitamente a destra o sinistra della linea centrale (per un imprevisto, un errore sistematico, un drift momentaneo), il processo risulta ancora capace di rispettare le specifiche.

Questa capacità di fornire prodotti accettabili nonostante la perturbazione delle condizioni con cui si lavora è anche sinonimo di **robustezza**.

CAPACITA' DI PROCESSO

Nella tabella seguente sono riportati i valori dell'indice di capacità Cp ed i corrispondenti tassi di difettosità per il caso di distribuzione normale (Parti Per Milione - PPM).

Difetti nel processo (PPM)			
C_p	**Specifiche bilaterali**	**C_p**	**Specifiche bilaterali**
0,25	453255	**1,20**	318
0,50	133614	**1,30**	96
0,60	71861	**1,40**	27
0,70	35729	**1,50**	7
0,80	16395	**1,60**	2
0,90	6934	**1,70**	0,34
1,00	2700	**1,80**	0,06
1,10	967	**2,00**	0,0018

CAPACITA' DI PROCESSO

Il **Cp è un buon indicatore della capacità del processo**, **ma da solo non può essere sufficiente**; esso infatti controlla soltanto la dispersione del processo, senza fornire alcuna informazione sulla sua centratura.

E' infatti possibile che un alto valore del Cp, che dovrebbe indicare un processo piuttosto capace, produce in realtà un alto numero di scarti, a causa della deriva della media del processo, vicino ai limiti di tolleranza.

Il Cp indica, dunque, quanto un processo è capace, soltanto se è centrato.

CAPACITA' DI PROCESSO

ESEMPIO

In tabella si riportano i valori medi e gli s.q.m. corretti relativi ad osservazioni provenienti da 10 campioni di numerosità n=20 estratti casualmente da un certo processo produttivo la cui specifica di progetto risulta essere 32±10. Si verifichi la capacità del processo.

Campioni	1	2	3	4	5
$\bar{x}$	35,1	34,6	33,2	34,8	33,4
σ	5,35	4,73	3,73	4,55	4,00
Campioni	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$\bar{x}$	33,9	34,4	33,0	32,8	34,8
σ	4,30	4,98	5,30	3,30	3,76

CAPACITA' DI PROCESSO

SOLUZIONE

$$\overline{\sigma} = \frac{5{,}35 + 4{,}73 + 3{,}73 + 4{,}55 + 4{,}00 + 4{,}30 + 4{,}98 + 5{,}30 + 3{,}30 + 3{,}76}{10} = 4{,}40$$

$$USL \;= 32 + 10 = 42$$

$$LSL \;= 32 - 10 = 22$$

$$C_p = \frac{(USL - LSL)}{6\sigma} = \frac{42 - 22}{6 \cdot 4{,}40} = 0{,}8$$

CAPACITA' DI PROCESSO

Altro parametro fondamentale per definire la capacità di processo è il **C_{pk}** che considera anche la posizione del processo rispetto ai limiti di tolleranza ovvero confronta la minore delle distanze della gaussiana dai limiti, con l'ampiezza della gaussiana stessa.

$$C_{Pk} = \min\left\{\left(\frac{(USL - \bar{x})}{3\sigma}\right);\left(\frac{(\bar{x} - LSL)}{3\sigma}\right)\right\}$$

Dove x è il valore medio della distribuzione.

Il C_{pk} è misura sia la **dispersione**, che la **centratura** del processo, tenendo conto dell'ampiezza della distribuzione e della posizione in cui è posta, rispetto al punto medio di specifica.

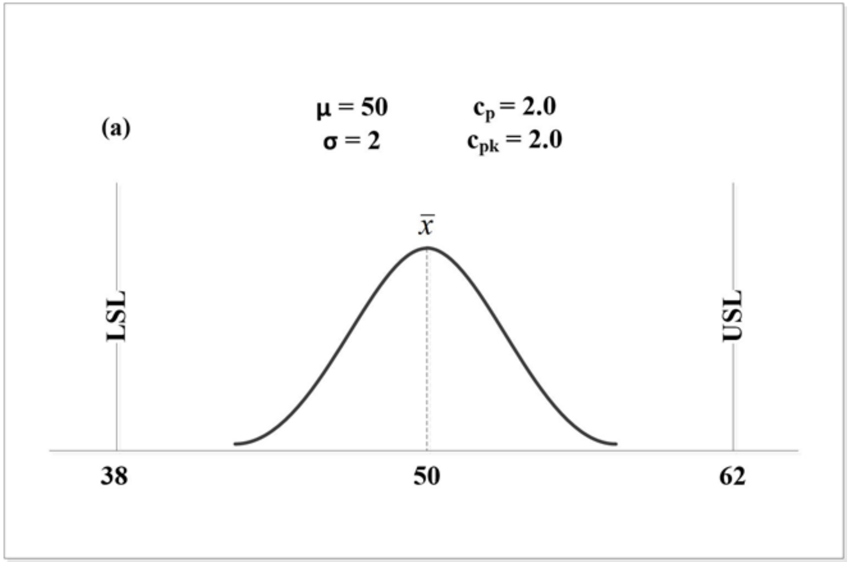
CAPACITA' DI PROCESSO

Quando:

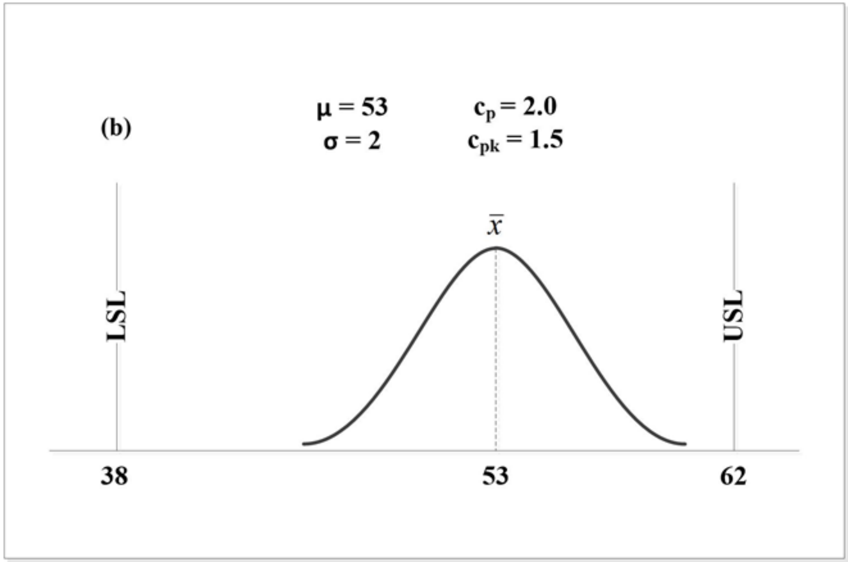
- **Cpk > 1:** l'ampiezza della gaussiana cade completamente nei limiti di tolleranza. In questo caso il processo risulta Capace.
- **0 < Cpk <1:** indica che una parte dei prodotti del processo cade oltre i limiti. In questo caso il processo non risulta capace.
- **Cpk negativo:** indica che la media dei dati non è nella specifica. Ed anche in questo caso il processo non risulta capace.

CAPACITA' DI PROCESSO

processo con Cp =2,0
dentro l'intervallo di specifica



processo con Cp =2,0
fuori dell'intervallo di specifica



il processo nella parte (b) possiede chiaramente una capacità minore della parte (a), dal momento che non sta operando al centro dell'intervallo di specifica

CAPACITA' DI PROCESSO

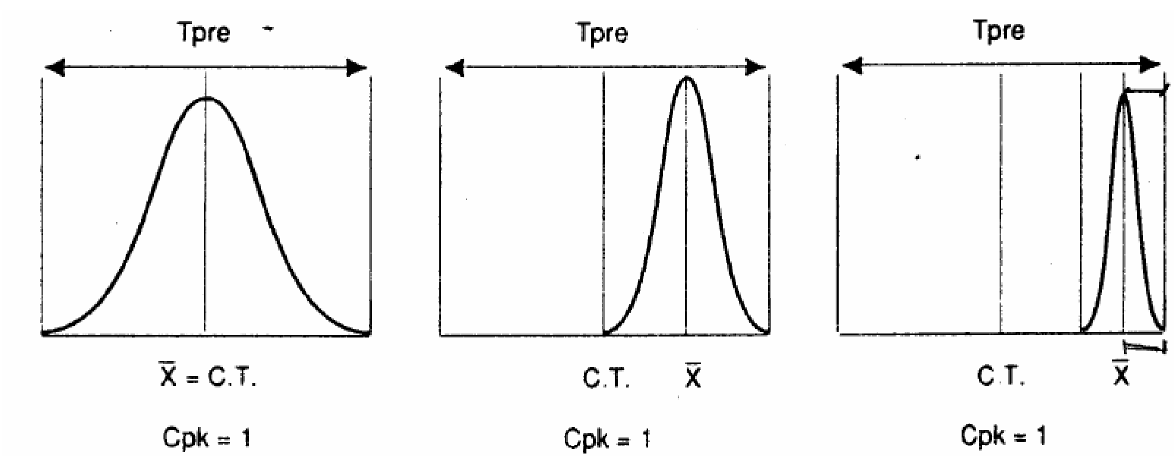
OSSERVAZIONI

Che valore massimo può essere raggiunto da C_{pk}?
Al massimo il valore di C_p.

Può il C_{pk} assumere valori negativi?
Si quando X è esterno al campo di tolleranza.

Da solo può dare informazioni esaustive sulla centratura?

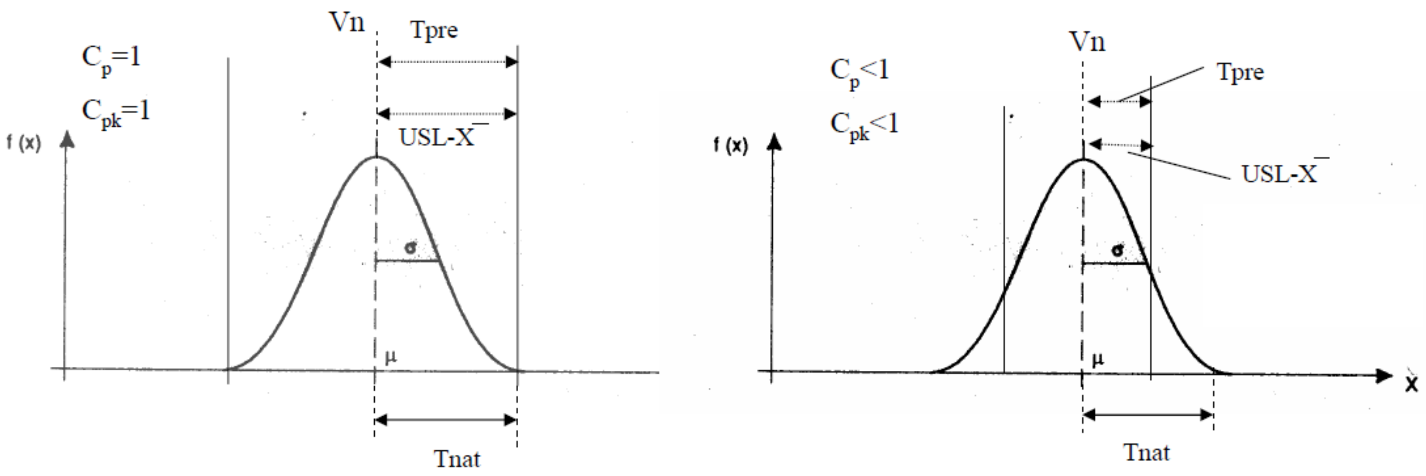
NO. Solo la conoscenza di entrambi gli indici C_p e C_{pk} consentono di capire se il processo è centrato.



CAPACITA' DI PROCESSO

OSSERVAZIONI

Il processo è centrato quando la distanza dai limiti è uguale alla metà della tolleranza prescritta e quindi $C_p = C_{pk}$



Infatti in tal caso: $USL - \overline{X} = \dfrac{(USL - LSL)}{2}$

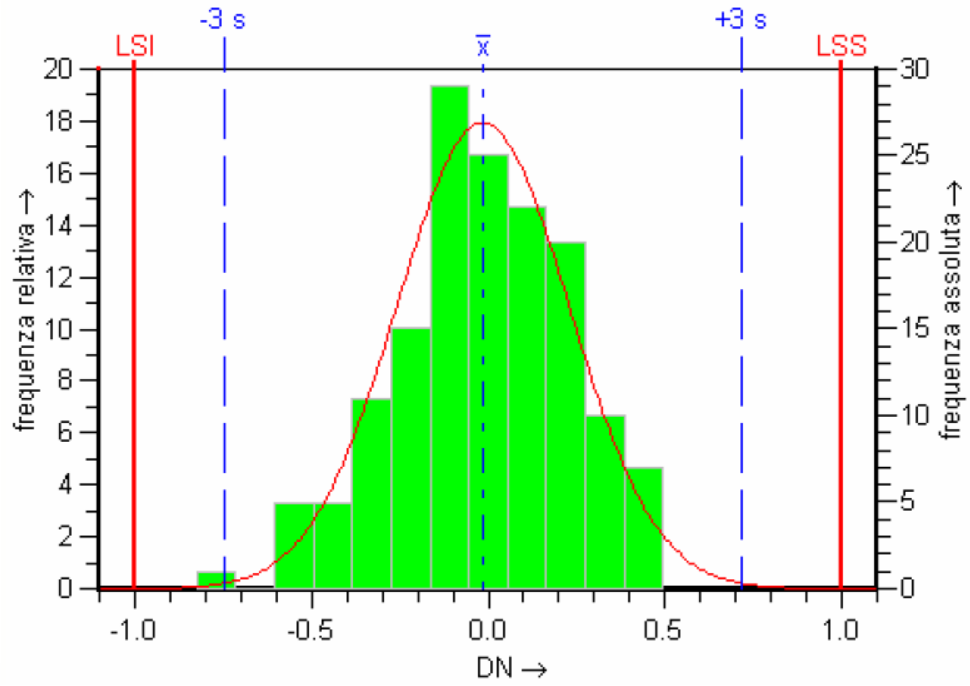
Dividendo per la ($T_{nat}/2$) si ha: $\dfrac{\left(USL - \overline{X}\right)}{T_{nat}/2} = \dfrac{(USL - LSL)}{T_{nat}}$

CAPACITA' DI PROCESSO

La Capacità di Processo

Cp=1.314

Cpk=1.314

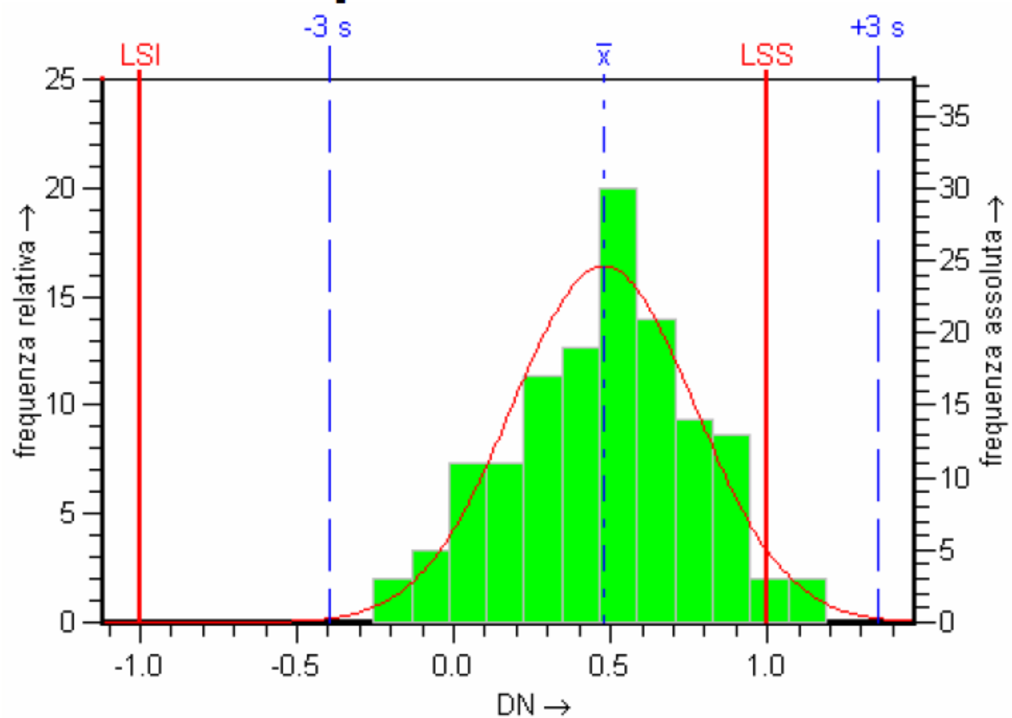


CAPACITA' DI PROCESSO

La Capacità di Processo

$$Cp=1.21$$

$$Cpk=0.697$$

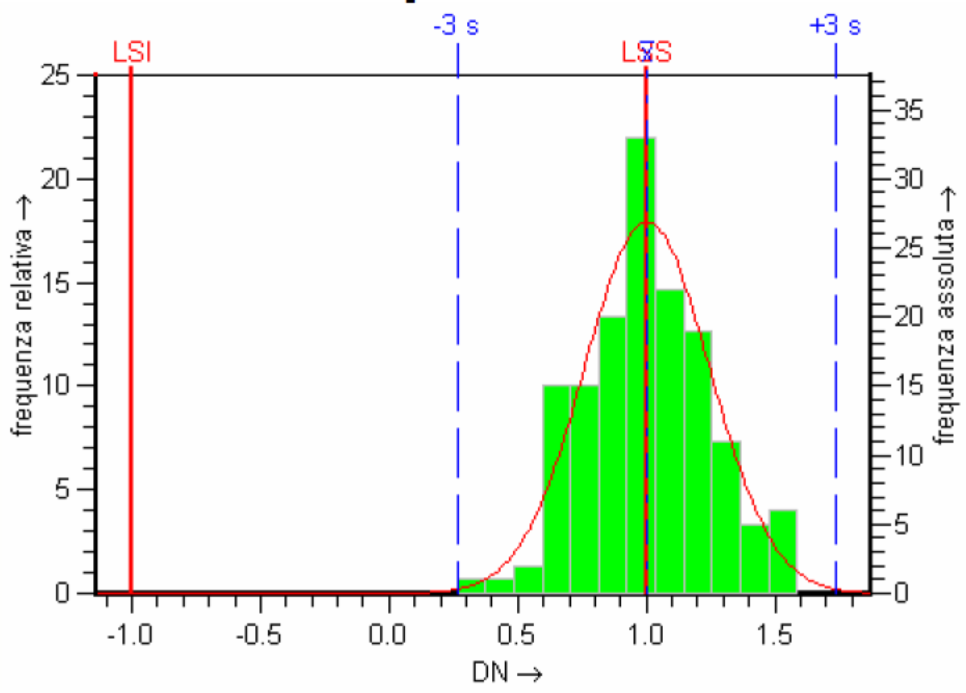


CAPACITA' DI PROCESSO

La Capacità di Processo

Cp=1.274

Cpk=0.000

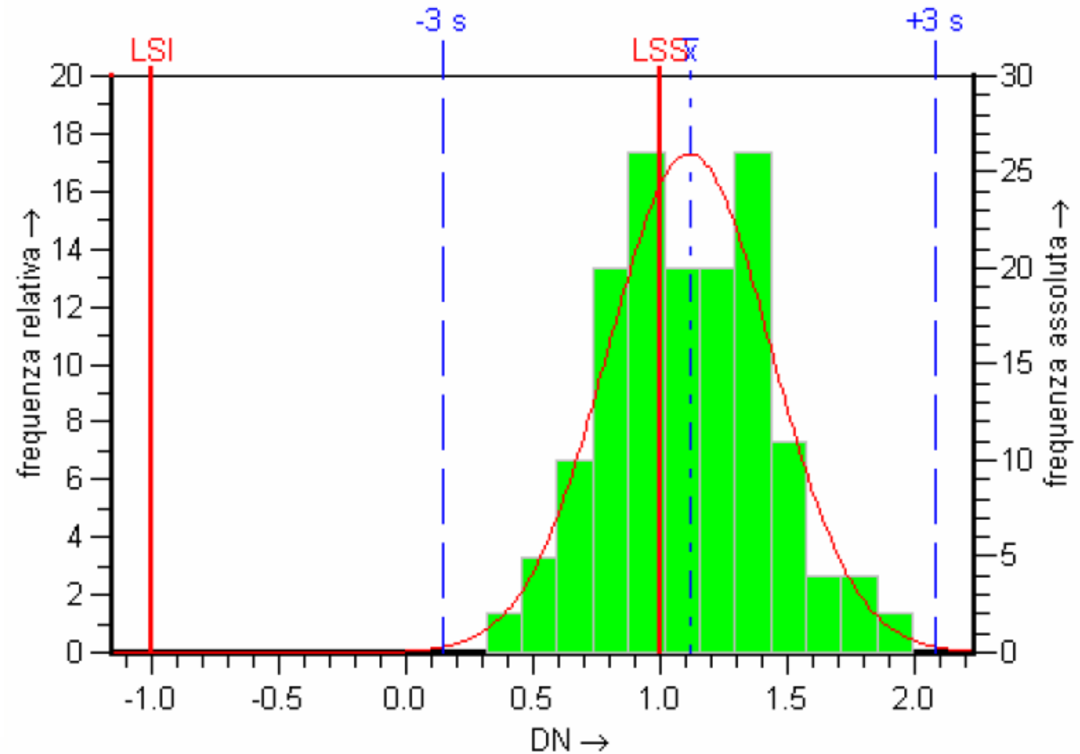


CAPACITA' DI PROCESSO

La Capacità di Processo

Cp=1.09

Cpk=-0.109

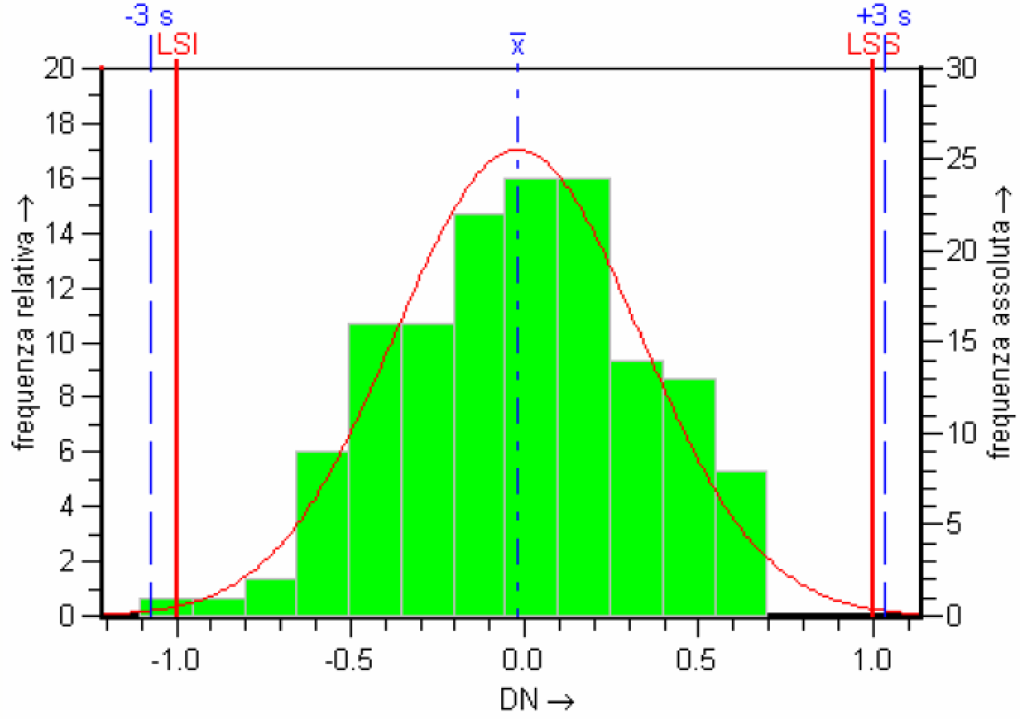


CAPACITA' DI PROCESSO

La Capacità di Processo

$$Cp=1.008$$

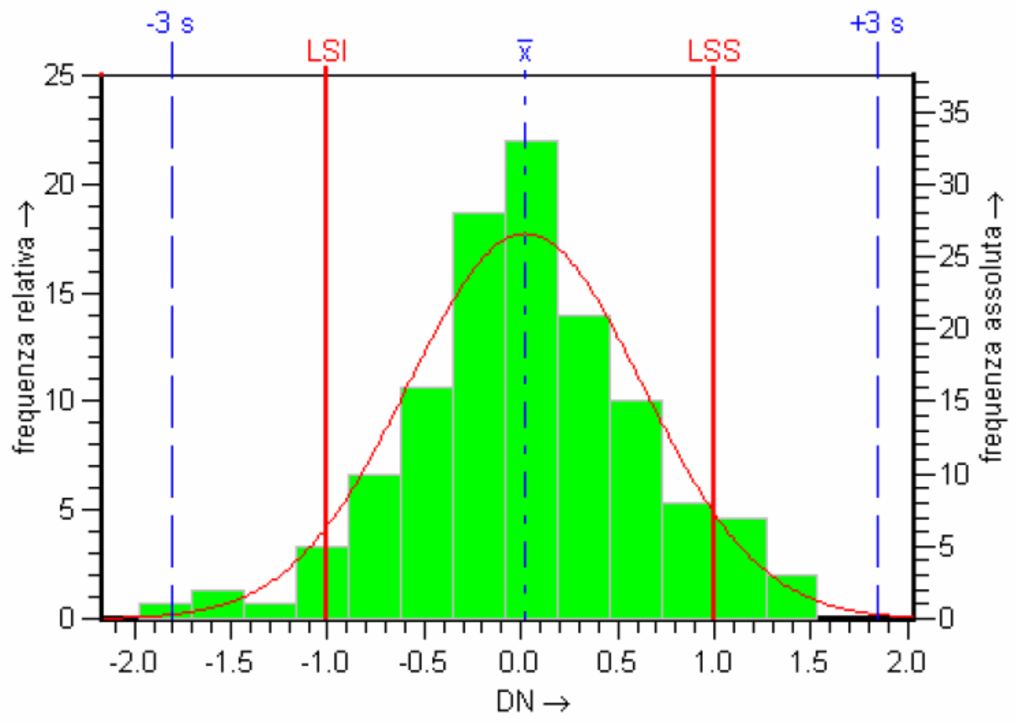
$$Cpk=1.001$$



CAPACITA' DI PROCESSO

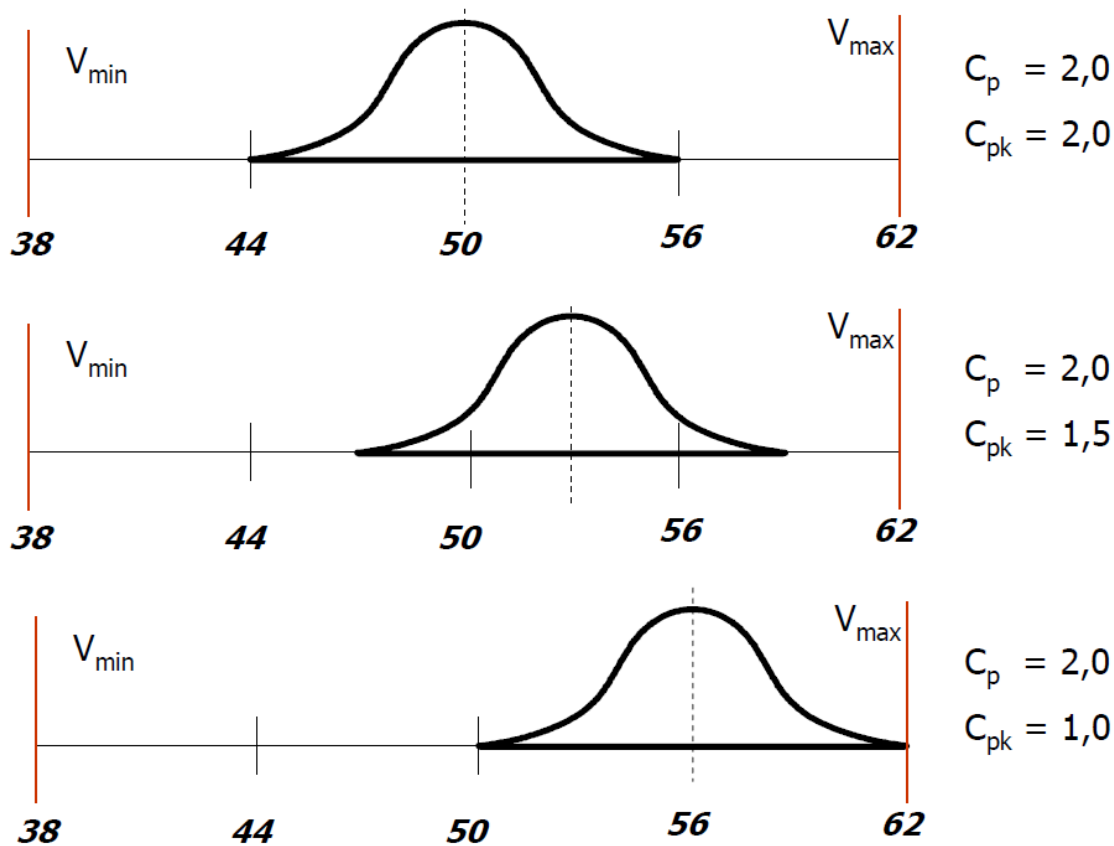
La Capacità di Processo

$$Cp=0.54$$
$$Cpk=0.54$$



CAPACITA' DI PROCESSO

La Capacità di Processo



CAPACITA' DI PROCESSO

La Capacità di Processo