Prova B

1) Dati $a > 1$ e f la funzione definita mediante la legge $f(x) = a^x$, si può affermare che

A) f è strettamente crescente e convessa in tutto $\mathbb{R}$.

B) f è strettamente crescente e concava in tutto $\mathbb{R}$.

C) f è strettamente decrescente e convessa in tutto $\mathbb{R}$.

2) Data una funzione $f: X \to \mathbb{R}$ che ammette derivata seconda si può affermare che

A) se $f''(x) > 0, f$ è concava.

B) se $f''(x) < 0, f$ è concava.

C) se $f''(x) < 0, f$ è convessa.

3) Sia f la funzione definita dalla legge $f(x) = x + 2^x$. Si può affermare che

A) f non ammette estremi assoluti nell'intervallo $[0,1]$.

B) f ammette estremi assoluti nell'intervallo $[0,1]$.

C) f si annulla nell'intervallo $[0,1]$.

4) Data la funzione definita mediante la legge

$$f(x, y) = x^2 + 6y^2 + 3$$

la curva di livello $k = 7$ è l'insieme

A) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + 6y^2 = 4\}$.

B) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + 6y^2 = 7\}$.

C) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + 6y^2 < 4\}$.

5) Data la funzione definita mediante la legge

$$f(x, y) = \log(5x^2y + 3y^4) + \text{sen}\,(2x^3y^2)$$

Si stabilisca la risposta corretta

A) $f_x(x, y) = \frac{10xy}{5x^2y+3y^4} + 6x^2y^2 \cos(2x^3y^2)$; $\quad f_y(x, y) = \frac{5x^2+12y^3}{5x^2y+3y^4} + 4x^3y \cos(2x^3y^2)$.

B) $f_x(x, y) = \frac{10xy}{5x^2y+3y^4} + \cos(2x^3y^2)$; $\quad f_y(x, y) = \frac{5x^2+12y^3}{5x^2y+3y^4} + 4x^3y \cos(2x^3y^2)$.

C) $f_x(x, y) = \frac{10xy}{5x^2y+3y^4} + 6x^2y^2 \cos(2x^3y^2)$; $\quad f_y(x, y) = \frac{5x^2+12y^3}{5x^2y+3y^4} + \cos(2x^3y^2)$.

6) Dati k vettori linearmente dipendenti, si può affermare che

A) ogni loro combinazione lineare è nulla.

B) esiste una combinazione lineare nulla, a coefficienti non tutti nulli.

C) se una loro combinazione lineare è nulla, i coefficienti sono tutti nulli.

7) Dato un sistema lineare $A\underline{x} = \underline{b}$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad b = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

si può affermare che

A) il sistema ammette una sola soluzione.

B) il sistema non ammette soluzioni.

C) il sistema ammette infinite soluzioni.

8) Data la funzione definita mediante la legge

$$(7x^6 + 10x^4 + 6)e^{x^7+2x^5+6x}$$

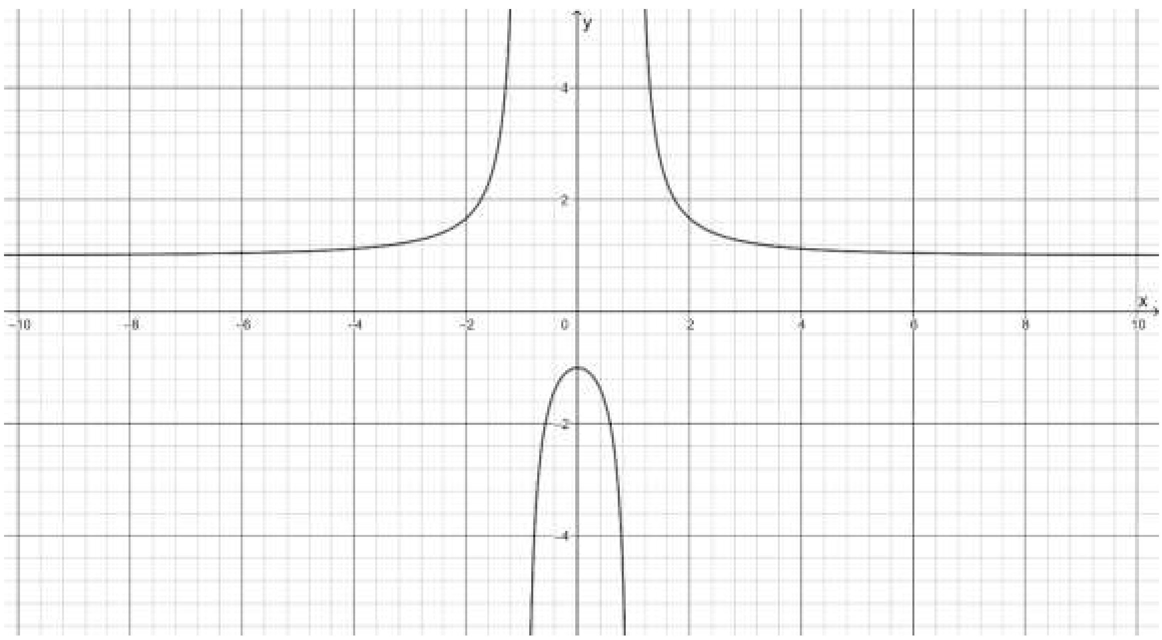
il suo integrale indefinito risulta essere

$A)\ \int (7x^6 + 10x^4 + 6)e^{x^7+2x^5+6x}\,dx = e^{x^7+2x^5+6x} + c,\ \ c \in \mathbb{R}.$

$B)\ \int (7x^6 + 10x^4 + 6)e^{x^7+2x^5+6x}\,dx = \log|x^7 + 2x^5 + 6x| + c,\ \ c \in \mathbb{R}.$

$C)\ \int (7x^6 + 10x^4 + 6)e^{x^7+2x^5+6x}\,dx = 3xe^{x^7+2x^5+6x} + c,\ \ c \in \mathbb{R}.$

Si consideri il grafico della funzione $f(x)$ riportato in figura.



9) Stabilire l'alternativa corretta

A) $f'(0) > 0$ $\qquad f''(0) < 0;$

B) $f'(0) = 0$ $\qquad f''(0) > 0;$

C) $f'(0) = 0$ $\qquad f''(0) < 0.$

10) Si stabilisca l'alternativa corretta

A) $f''(x) \geq 0$ in $[-4,-2]$.

B) $f'(x) \geq 0$ in $[2,4]$.

C) la funzione $f(x)$ ammette estremi assoluti nell'intervallo $[0,4]$.

ESERCIZIO

Data la funzione definita mediante la legge

$$f(x) = \sqrt{e^{-x^2+7x} - e^{10}}$$

a) determinarne gli eventuali punti di minimo e massimo relativo;
b) dopo aver stabilito se sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Weierstrass nel suo campo di esistenza, determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo assoluto.