INTRODUZIONE ALLA MATEMATICA

C.d.l. in Economia e Management

I Prova Intercorso - 4 novembre 2022

Cognome: ______________________________

Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Domanda n.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta	B	C	A	A	A	C	C	A	B	C

1) Data una funzione $f: S \to T$, suriettiva in T, con $T =]-1, +\infty[$, si può affermare che

A) $\min\limits_{x \in S} f(x) = -1$ e $\sup\limits_{x \in S} f(x) = +\infty$.

B) $\inf\limits_{x \in S} f(x) = -1$ e $\nexists \min\limits_{x \in S} f(x)$.

C) $\sup\limits_{x \in S} f(x) = +\infty$ e f illimitata inferiormente.

2) Data $a > 0$ la funzione f definita mediante la legge $f(x) = a^x$, si può affermare che

A) f ha immagine $[0, +\infty[$.

B) f ha immagine $]-\infty, +\infty[$.

C) f ha immagine $]0, +\infty[$.

3) Dati $a > 0$ e $a \neq 1$ la funzione $f:]0, +\infty[\to \mathbb{R}$ definita mediante la legge $f(x) = \log_a x$, si può affermare che

A) f è crescente se $a > 1$.

B) f è crescente se $0 < a < 1$.

C) f è decrescente se $a > 1$.

4) Data la funzione f definita mediante la legge

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$$

denominato con $E[f]$ il suo campo di esistenza si scelga un'alternativa:

A) $E[f] =]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$.

B) $E[f] =]-\infty, +\infty[$.

C) $E[f] = [0, 1[\cup]1, +\infty[$.

5) Dato il seguente limite

$$\lim_{x \to 2^+} \log_3(x^2 - 4)$$

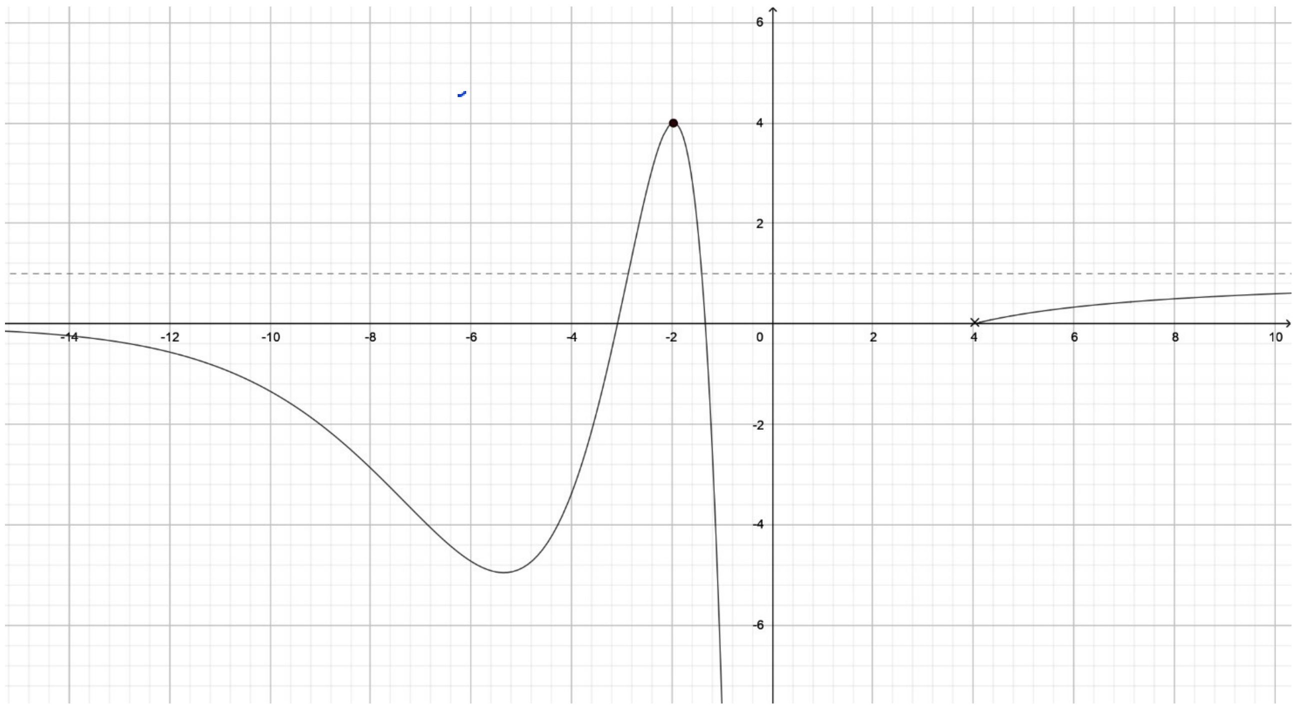
si può affermare che

A) $\lim_{x \to 2^+} \log_3(x^2 - 4) = -\infty$.

B) $\lim_{x \to 2^+} \log_3(x^2 - 4) = 0$.

C) $\lim_{x \to 2^+} \log_3(x^2 - 4) = +\infty$.

Si consideri il grafico della funzione $f(x)$ riportato in figura.



6) Denominato con $E[f]$ il campo di esistenza di $f(x)$ e con Imf la sua immagine, si può affermare che

A) $E[f] =]-\infty, 0[\cup]0,4[\cup]4, +\infty[$; $\qquad Imf =]-\infty, 4]$.

B) $E[f] =]-\infty, 0[\cup]4, +\infty[$; $\qquad Imf =]-\infty, 4[$.

C) $E[f] =]-\infty, 0[\cup]4, +\infty[$; $\qquad Imf =]-\infty, 4]$.

7) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) f è biunivoca su $\mathbb{R}$.

B) f è suriettiva su $\mathbb{R}$ ma non è iniettiva.

C) f non è suriettiva su $\mathbb{R}$ né iniettiva.

8) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) f ammette massimo assoluto.

B) f è limitata inferiormente e illimitata superiormente.

C) f è illimitata inferiormente e illimitata superiormente.

9) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) f non ammette zeri.

B) f ammette più di uno zero.

C) f ammette un unico zero.

10) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$.

B) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$; $\qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

C) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$; $\qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$.

ESERCIZIO

Sia f la funzione definita mediante la seguente legge

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 - x - 2}{x - 3}\right)$$

a) Determinare il campo di esistenza di f.
b) Studiare il comportamento di f agli estremi del suo campo di esistenza.

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 - x - 2}{x-3}\right)$$

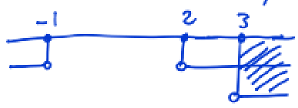
$$E[f(x)] = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2-x-2}{x-3} > 0 \right\}$$

$$\frac{x^2-x-2}{x-3} > 0 \iff \begin{cases} x^2-x-2 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2-x-2 < 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$$

Eq. enocwete : $x - 3 = 0 \iff x = 3$

$x^2 - x - 2 = 0$; $\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 8 = 9$; $\sqrt{\Delta} = 3$; $x_{1,2} = \frac{1 \mp \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{1 \mp 3}{2}$; $x_1 = \frac{-2}{2} = -1$; $x_2 = \frac{4}{2} = 2$

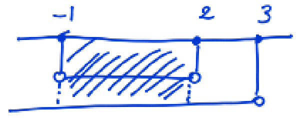
$S_1 : \begin{cases} x^2-x-2>0 \\ x-3>0 \end{cases} \iff \begin{cases} x<-1 \vee x>2 \\ x>3 \end{cases}$



$x>3$

$S_1 = \{x \in \mathbb{R} : x > 3\}$

$S_2 : \begin{cases} x^2-x-2<0 \\ x-3<0 \end{cases} \iff \begin{cases} -1<x<2 \\ x<3 \end{cases}$



$-1<x<2$

$S_2 = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 2\}$

$E[f(x)] = S_1 \cup S_2 = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 2 \vee x > 3\} =]-1, 2[\cup]3, +\infty[$

- $\lim\limits_{x \to -1^+} \log\left(\frac{x^2-x-2}{x-3}\right) = \log\left(\frac{0^-}{-4^+}\right) = \log(0^+) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +2^-} \log\left(\frac{x^2-x-2}{x-3}\right) = \log\left(\frac{0^-}{-1^+}\right) = \log(0^+) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +3^+} \log\left(\frac{x^2-x-2}{x-3}\right) = \log\left(\frac{+4^+}{0^+}\right) = \log(+\infty) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \log\left(\frac{x^2-x-2}{x-3}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \log x = \log(+\infty) = +\infty$