Prova A

INTRODUZIONE ALLA MATEMATICA

C.d.l. in Economia e Management

I Prova Intercorso - 4 novembre 2022

Cognome: ____

Nome: ____

Matricola: ____

Domanda n.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Risposta	C	A	B	B	A	C	A	B	C	B

1) Data una funzione $f: S \to T$, suriettiva in T, con $T =]-1, 4]$, si può affermare che

A) $\min\limits_{x \in S} f(x) = -1$ e $\nexists \max\limits_{x \in S} f(x)$.

B) $\min\limits_{x \in S} f(x) = -1$ e $\max\limits_{x \in S} f(x) = 4$.

C) $\nexists \min\limits_{x \in S} f(x)$ e $\max\limits_{x \in S} f(x) = 4$.

2) Dati n, numero naturale dispari, e $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita mediante la legge $f(x) = x^n$, si può affermare che

A) f è illimitata inferiormente e illimitata superiormente.

B) f non è iniettiva né suriettiva.

C) f è limitata inferiormente e illimitata superiormente.

3) Dati $a > 1$ e f la funzione definita mediante la legge $f\ (x) = a^x$, si può affermare che

A) $f(x) > 1$ per $x \in]-\infty, 0[$.

B) $f(x) < 1$ per $x \in]-\infty, 0[$.

C) $f(x) > 1$ per $x \in \mathbb{R}$.

4) Data la funzione f definita mediante la legge

$$f(x) = \frac{\log(x^2 - 4)}{x^2 + 2x + 7}$$

denominato con $E[f]$ il suo campo di esistenza, si può affermare che

A) $E[f] =]2, +\infty[$.

B) $E[f] =] - \infty, -2[\ \cup]2, +\infty[$.

C) $E[f] =] - \infty, -2] \cup [2, +\infty[$.

5) Dato il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x}+7x^3+4x^2}$$

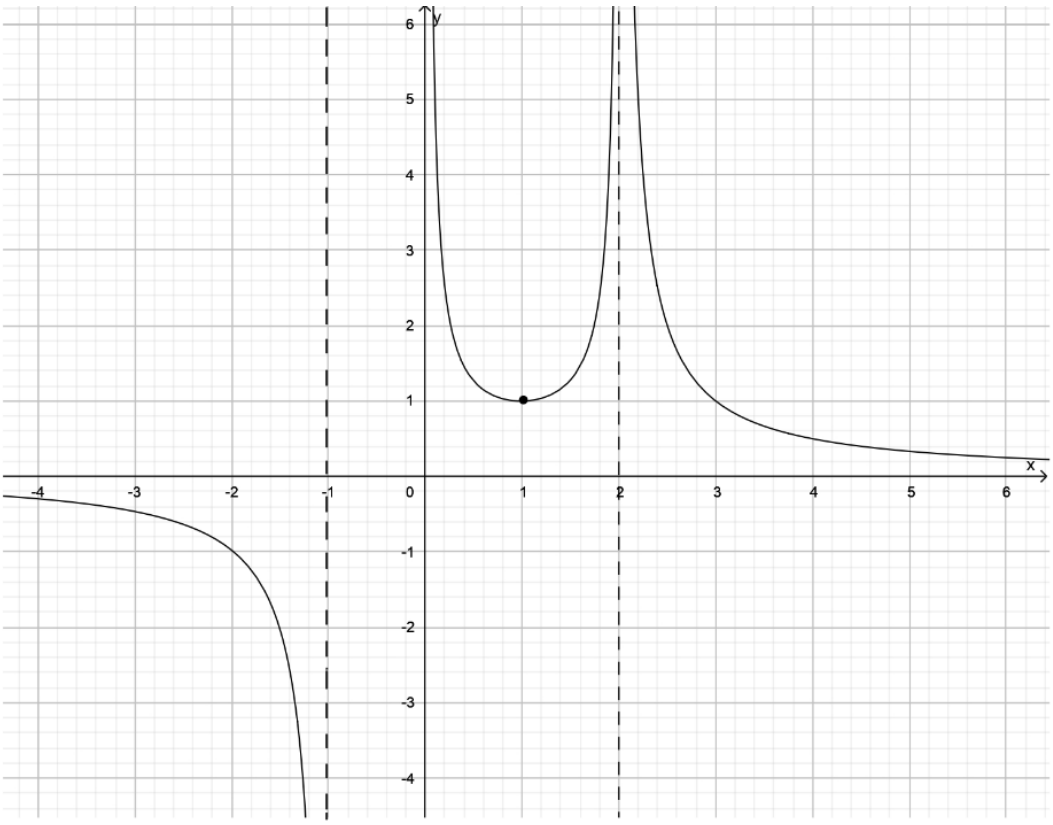
si può affermare che

A) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x}+7x^3+4x^2} = 0$.

B) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x}+7x^3+4x^2} = +\infty$.

C) $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x}+7x^3+4x^2} = 1$.

Si consideri il grafico della funzione $f(x)$ riportato in figura.



6) Denominato con $E[f]$ il campo di esistenza di $f(x)$ e con Imf la sua immagine, si può affermare che

A) $E[f]=]-\infty,-1[\cup]0,2[\cup]2,+\infty[$; $\qquad Imf=\mathbb{R}$.

B) $E[f]=]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$; $\qquad Imf=]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$.

C) $E[f]=]-\infty,-1[\cup]0,2[\cup]2,+\infty[$; $\qquad Imf=]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$.

7) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) f non è suriettiva su $\mathbb{R}$ né iniettiva.

B) f è suriettiva su $\mathbb{R}$ ma non è iniettiva.

C) f è biunivoca su $\mathbb{R}$.

8) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) f è illimitata inferiormente e limitata superiormente.

B) f è illimitata inferiormente e illimitata superiormente.

C) f è limitata inferiormente e illimitata superiormente.

9) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) f ammette un unico zero.

B) f ammette più di uno zero.

C) f non ammette zeri.

10) Facendo riferimento allo stesso grafico, si può affermare che

A) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$; $\qquad \lim_{x\to+2} f(x)=+\infty$.

B) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$; $\qquad \lim_{x\to+2} f(x)=+\infty$.

C) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$; $\qquad \lim_{x\to+2} f(x)=0$.

ESERCIZIO

Sia f la funzione definita mediante la seguente legge

$$f(x)=\sqrt{\frac{x+2}{x^2+4x-5}}$$

a) Determinare il campo di esistenza di f.
b) Studiare il comportamento di f agli estremi del suo campo di esistenza.

Prova A

$f(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{x^2+4x+5}}$

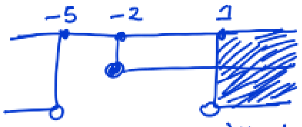
$E[f(x)]=\left\{x\in\mathbb{R}: \dfrac{x+2}{x^2+4x-5}\geq 0\right\}$

$\dfrac{x+2}{x^2+4x-5}\geq 0 \iff \begin{cases} x+2\geq 0 \\ x^2+4x-5>0\end{cases} \cup \begin{cases} x+2\leq 0 \\ x^2+4x-5<0\end{cases}$

eq. associate: $x+2=0 \iff x=-2$

$x^2+4x-5=0;\quad \Delta=b^2-4ac=16+20=36;\ \sqrt{\Delta}=6;\quad x_{1,2}=\dfrac{-4\mp\sqrt{\Delta}}{2}=\dfrac{-4\mp 6}{2};\quad x_1=-\dfrac{10}{2}=-5,\quad x_2=\dfrac{+2}{2}=1$

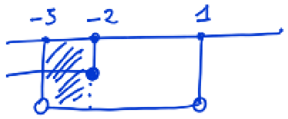
$S_1: \begin{cases} x+2\geq 0 \\ x^2+4x-5>0\end{cases} \iff \begin{cases} x\geq -2 \\ x<-5 \ \vee\ x>1\end{cases}$



$x>1$

$S_1=\{x\in\mathbb{R}: x>1\}$

$S_2: \begin{cases} x+2\leq 0 \\ x^2+4x-5<0\end{cases} \iff \begin{cases} x\leq -2 \\ -5<x<1\end{cases}$



$-5<x\leq -2$

$S_2=\{x\in\mathbb{R}: -5<x\leq -2\}$

$E[f(x)]=S_1\cup S_2=\{x\in\mathbb{R}: -5<x\leq -2 \ \vee\ x>1\}=]-5,-2]\cup]1,+\infty[$

- $\lim\limits_{x\to -5^+}\sqrt{\dfrac{x+2}{x^2+4x-5}}=\sqrt{\dfrac{-3^+}{0^-}}=\sqrt{+\infty}=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to -2^-}\sqrt{\dfrac{x+2}{x^2+4x-5}}=\sqrt{\dfrac{0^-}{-9^+}}=\sqrt{0^+}=0$ oppure $\lim\limits_{x\to -2^+}\sqrt{\dfrac{x+2}{x^2+4x-5}}=f(-2)=\sqrt{\dfrac{-2+2}{4-8+5}}=\sqrt{\dfrac{0}{-9}}=0$
- $\lim\limits_{x\to +1^+}\sqrt{\dfrac{x+2}{x^2+4x-5}}=\sqrt{\dfrac{+3^+}{0^+}}=\sqrt{+\infty}=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{\dfrac{x+2}{x^2+4x-5}}=\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{\dfrac{1}{x}}=\sqrt{\dfrac{1}{+\infty}}=\sqrt{0^+}=0$