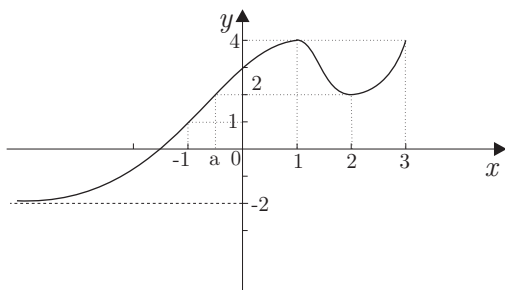
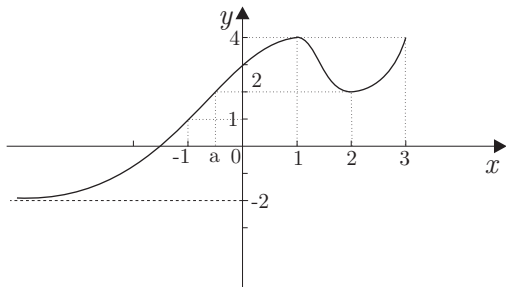


Analisi Grafici

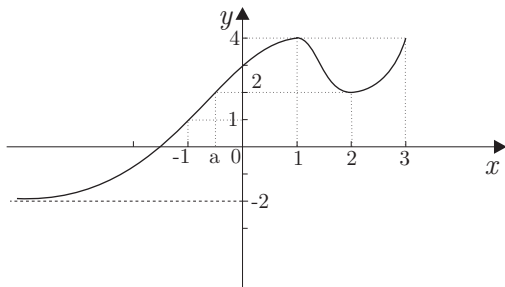


- **identificare il dominio X e l'immagine $f(X)$;**
- **calcolare $f(-1)$, $f(2)$ e $f(4)$;**
- **dire se la funzione è limitata;**

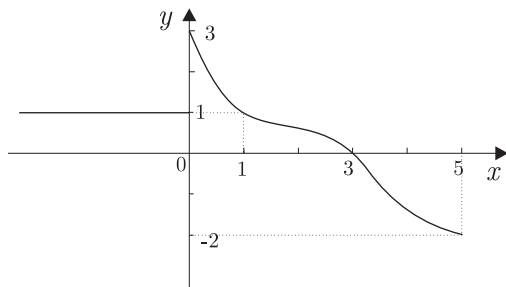
Esempio



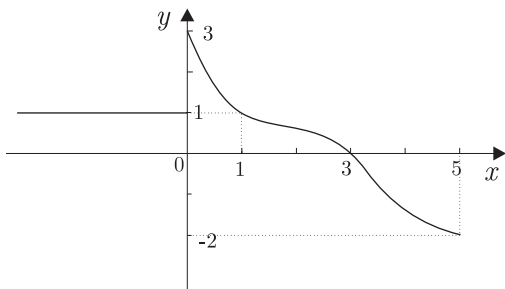
- calcolare, se esiste, il massimo assoluto di f e gli eventuali punti di massimo;
- dire se la funzione è iniettiva, suriettiva o biunivoca;



- valutare $f^{-1}(\{2\})$;
- identificare le zone in cui la funzione è strettamente crescente.

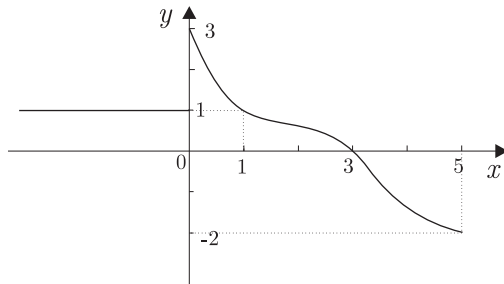


- **identificare il dominio X e l'immagine $f(X)$;**
- **calcolare $f(-2)$, $f(0)$ e $f(3)$;**
- **dire se la funzione è limitata;**



- calcolare, se esiste, il minimo assoluto di f e gli eventuali punti di minimo;
- dire se la funzione è iniettiva, suriettiva o biunivoca;

Esempio



- valutare $f^{-1}(\{1\})$;
- identificare gli intervalli in cui è monotona.

Analisi del grafico di una funzione

L'analisi del grafico di una funzione permette di risolvere diverse questioni connesse alle funzioni

Esempio:

Problema: determinare i valori x per cui

$$f(x) = a$$

con a costante assegnata.

Sia

$$f : x \in \mathbb{R} \Rightarrow 3x + 1 \in \mathbb{R}$$

Risolvere $f(x) = a \Leftrightarrow$ risolvere l'equazione

$$3x + 1 = a$$

da cui, immediatamente, si ricava

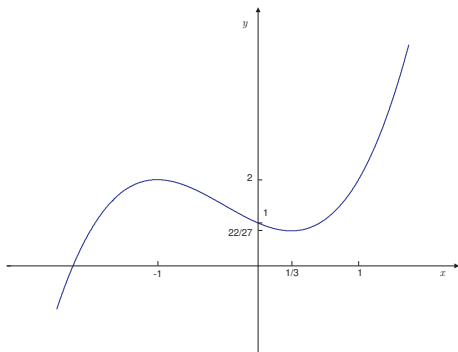
$$x = \frac{a - 1}{3}.$$

In questo caso, il problema ammette **un'unica soluzione** x per **ogni valore** reale a fissato.

Esempio

Sia

$$f : x \in \mathbb{R} \rightarrow x^3 + x^2 - x + 1 \in \mathbb{R}$$

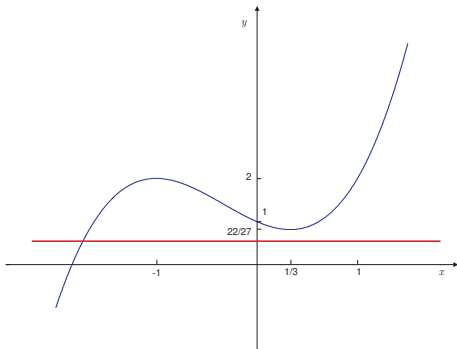


Risolvere $f(x) = a \Leftrightarrow$ risolvere l'equazione

$$x^3 + x^2 - x + 1 = a$$

Analisi del grafico

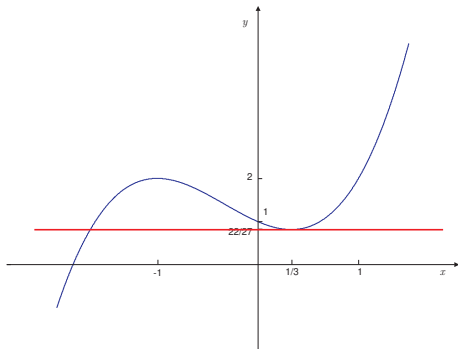
$$a < \frac{22}{27}$$



Per $a < \frac{22}{27}$ il problema ammette **1 soluzione**

Analisi del grafico

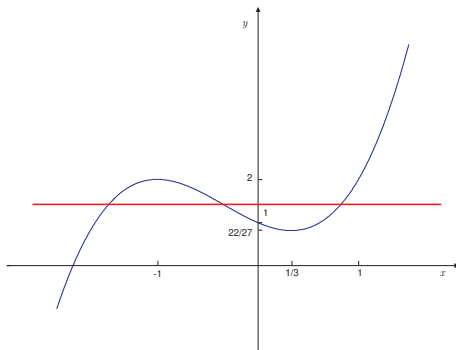
$$a = \frac{22}{27}$$



Per $a = \frac{22}{27}$ il problema ammette **2 soluzioni**

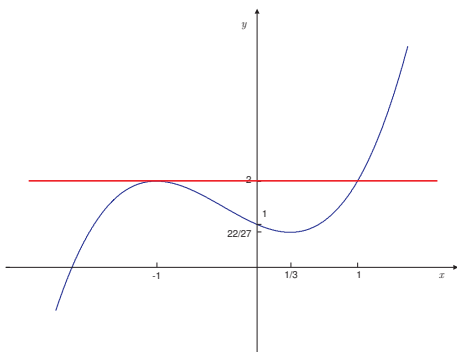
Analisi del grafico

$$\frac{22}{27} < a < 2$$



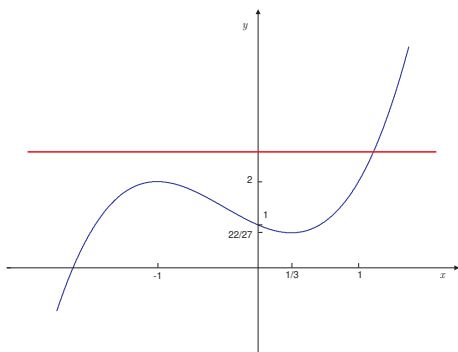
Per $\frac{22}{27} < a < 2$ il problema ammette **3 soluzioni**

$$a = 2$$



Per $a = 2$ il problema ammette **2 soluzioni**

$$a > 2$$



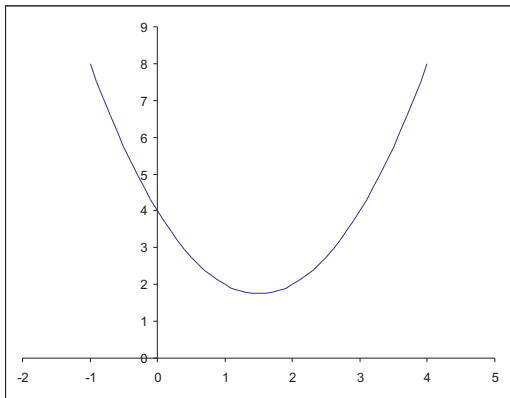
Per $a > 2$ il problema ammette **1 soluzione**

Analisi del grafico

Consideriamo la disequazione

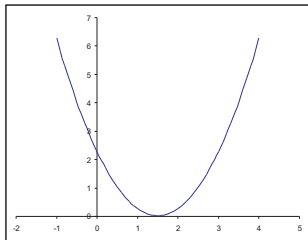
$$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$$

Se $a > 0$ e $\Delta < 0$



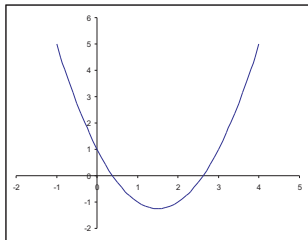
la disequazione è soddisfatta $\forall x \in \mathbb{R}$

Se $a > 0$ e $\Delta = 0$



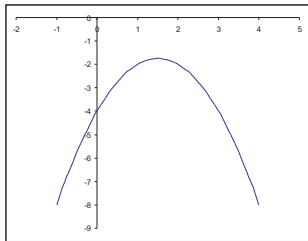
la disequazione è soddisfatta $\forall x \in \mathbb{R} - \{x_0\}$, dove x_0 è l'unico valore per cui $f(x_0) = 0$

Se $a > 0$ e $\Delta > 0$



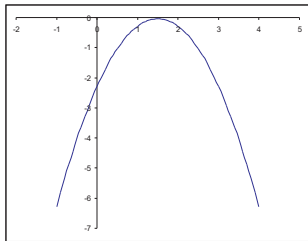
la disequazione è soddisfatta $\forall x \in \mathbb{R} - [x_1, x_2]$, dove x_1, x_2 sono i 2 valori per i quali $f(x_1) = 0, f(x_2) = 0$

Se $a < 0$ e $\Delta < 0$



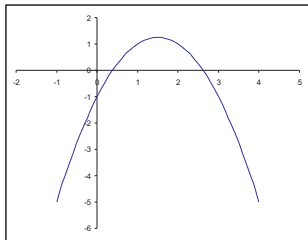
la disequazione non è mai soddisfatta

Se $a < 0$ e $\Delta = 0$



la disequazione non è mai soddisfatta

Se $a < 0$ e $\Delta > 0$



la disequazione è soddisfatta $\forall x \in]x_1, x_2[$, dove x_1, x_2 sono i 2 valori per i quali $f(x_1) = 0, f(x_2) = 0$