Disequazioni di primo grado:esercizi risolti

Esercizio no.1 *soluzione a pg.3*

$$\frac{2x-1}{3}>\frac{x-4}{2}+1$$ $R.\left[\ x>4\ \right]$

Esercizio no.2 *soluzione a pg.3*

$$\frac{1}{3}\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)\le\frac{x-4}{2}$$ $R.\left[\ x\ge 3\ \right]$

Esercizio no.3 *soluzione a pg.3*

$$(x-2)\cdot(x+2)-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2\ge\frac{1}{2}\cdot(x-1)$$ $R.\left[\ x\le-\frac{5}{2}\ \right]$

Esercizio no.4 *soluzione a pg.4*

$$\frac{(2x+1)^2}{4}-\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)>1-2x$$ $R.\left[\ x>\frac{1}{6}\ \right]$

Esercizio no.5 *soluzione a pg.4*

$$\frac{(1-x)\cdot(1+x)^2}{3}-\frac{1-2x^3}{6}>3x-\frac{1}{3}(x-2)^2$$ $R.\left[\ x<\frac{3}{8}\ \right]$

Esercizio no.6 *soluzione a pg.4*

$$(x+3)^2<(x+2)^2+10x+\left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}$$ $R.\left[\ x>\frac{9}{8}\ \right]$

Esercizio no.7 *soluzione a pg.5*

$$4x\left(1-\sqrt{3}\right)<\frac{x+1}{\sqrt{3}+1}$$ $R.\left[\ x>-\frac{1}{9}\ \right]$

Esercizio no.8 *soluzione a pg.5*

$$\frac{x+2}{\sqrt{2}+1}>\frac{x-2}{\sqrt{2}-1}$$ $R.\left[\ x<2\sqrt{2}\ \right]$

Esercizio no.9 *soluzione a pg.5*

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}(x+1)\geq 2x-\frac{1}{5}(2x-1)$$ $R.\left[\ x\leq\frac{8}{19}\ \right]$

Esercizio no.10 *soluzione a pg.5*

$$x^2+4(2x-3)<(x+4)^2$$ $R.[\ \forall x\in R\ ]$

Esercizio no.11 *soluzione a pg.6*

$$\frac{(x+1)^2}{4}-\frac{(2x+1)^3}{12}<\frac{x(1-2x^2)}{3}-\left(\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{3}x+1\right)$$ $R.[\ impossibile\ ]$

Esercizio no.12 *soluzione a pg.6*

$$\frac{x-1}{3}-\frac{19}{2}+10x<x-\frac{3x-1}{4}$$ $R.[\ x<1\ ]$

Esercizio no.13 *soluzione a pg.6*

$$\frac{1}{2}(23-4x)-\frac{1}{6}(5x-4)<\frac{1}{3}-\frac{1}{2}(x-5)$$ $R.[\ x>4\ ]$

Esercizio no.14 *soluzione a pg.7*

$$(x+a)^2-(x^2-a^2)\leq 0$$ $R.[\ a>0,\ x\leq -a;\ x=0,\ \forall x\in R;\ a<0, x\geq -a\ ]$

Esercizio no.15 *soluzione a pg.7*

$$ax-2<a$$ $R.\left[\ a>0,\ x<\frac{a+2}{a};\ x=0,\ \forall x\in R;\ a<0, x>\frac{a+2}{a}\ \right]$

Esercizio no.16 *soluzione a pg.7*

$$(1+a)x<4-3a$$ $R.\left[\ a>-1,\ x<\frac{4-3a}{1+a};\ a=-1,\ \forall x\in R;\ a<-1, x>\frac{4-3a}{1+a}\right]$

Esercizio no.1:soluzione

$$\frac{2x-1}{3} > \frac{x-4}{2} + 1$$

$$\frac{2x-1}{3} > \frac{x-4+2}{2} \quad => \quad \frac{2x-1}{3} > \frac{x-2}{2} \quad => \quad 2\cdot(2x-1) > 3\cdot(x-2)$$

$$4x-2 > 3x-6 \quad => \quad 4x-3x > 2-6 \quad => \quad x > -4$$

Esercizio no.2:soluzione

$$\frac{1}{3}\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right) \leq \frac{x-4}{2}$$

$$\frac{2x-1}{6} - \frac{3x-1}{6} \leq \frac{x-4}{2} \quad => \quad 2x-\cancel{1}-3x+\cancel{1} \leq 3\cdot(x-4)$$

$$-x \leq 3x-12 \quad => \quad 12 \geq 4x \quad => \quad \frac{12}{4} \geq x \quad => \quad x \leq 3$$

Esercizio no.3:soluzione

$$(x-2)\cdot(x+2) - \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{2}\cdot(x-1)$$

$$x^2-4-\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right) \geq \frac{1}{2}\cdot(x-1) \quad \to \quad \cancel{x^2}-4-\cancel{x^2}-x-\frac{1}{4} \geq \frac{1}{2}\cdot(x-1)$$

$$-x-\frac{17}{4} \geq \frac{1}{2}\cdot(x-1) \quad \to \quad -x-\frac{17}{4} \geq \frac{x}{2}-\frac{1}{2} \quad \to \quad \frac{1}{2}-\frac{17}{4} \geq x+\frac{x}{2}$$

$$\frac{2-17}{4} \geq \frac{3}{2}x \quad \to \quad -\frac{\cancel{15}^{\,5}}{\cancel{4}_{\,2}} \geq \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}x \quad \to \quad -\frac{5}{2} \geq x$$

Esercizio no.4:soluzione

$$\frac{(2x+1)^2}{4}-\left(x^2-\frac{1}{4}\right)>1-2x \quad\rightarrow\quad \frac{(2x+1)^2}{4}-\frac{4x^2-1}{4}>1-2x$$

$$\cancel{4x^2}+4x+1-\cancel{4x^2}+1>4\cdot(1-2x) \quad\rightarrow\quad 4x+2>4-8x$$

$$4x+8x>4-2 \quad\rightarrow\quad 12x>2 \quad\rightarrow\quad x>\frac{2}{12} \quad\rightarrow\quad x>\frac{1}{6}$$

Esercizio no.5:soluzione

$$\frac{(1-x)\cdot(1+x)^2}{3}-\frac{1-2x^3}{6}>3x-\frac{1}{3}(x-2)^2$$

$$\frac{(1-x)\cdot(1+x)\cdot(1+x)}{3}-\frac{1-2x^3}{6}>3x-\frac{1}{3}(x-2)^2$$

$$\frac{(1-x^2)\cdot(1+x)}{3}-\frac{1-2x^3}{6}>3x-\frac{1}{3}(x-2)^2$$ moltiplico a sinistra e a destra per 6

$$2\cdot(1+x-x^2-x^3)-1+2x^3>+18x-2(x^2-4x+4)$$

$$2+2x-\cancel{2x^2}-\cancel{2x^3}-1+\cancel{2x^3}>18x-\cancel{2x^2}+8x-8$$

$$1+2x>26x-8 \quad\rightarrow\quad 1+8>26x-2x \quad\rightarrow\quad 9>24x \quad\rightarrow\quad x<\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{8}{\cancel{24}}}$$

$$x<\frac{3}{8}$$

Esercizio no.6:soluzione

$$(x+3)^2<(x+2)^2+10x+\left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}$$

$$\cancel{x^2}+6x+9<\cancel{x^2}+4x+\cancel{4}+10x-\cancel{4} \quad\rightarrow\quad 9<4x+10x-6x$$

$$9<8x \quad\rightarrow\quad x>\frac{9}{8}$$

Esercizio no.7:soluzione

$$4x\left(1-\sqrt{3}\right)<\frac{x+1}{\sqrt{3}+1}$$

$$4x\left(1-\sqrt{3}\right)\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)<x+1 \quad \rightarrow \quad 4x(1-3)<x+1 \quad \rightarrow \quad 4x\cdot(-2)<x+1$$

$$-8x<x+1 \quad \rightarrow \quad -1<8x+x \quad \rightarrow \quad -1<9x \qquad x>-\frac{1}{9}$$

Esercizio no.8:soluzione

$$\frac{x+2}{\sqrt{2}+1}>\frac{x-2}{\sqrt{2}-1}$$

$$(x+2)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)>(x-2)\cdot\left(\sqrt{2}+1\right) \quad \rightarrow \quad \cancel{\sqrt{2}x}-x+2\sqrt{2}-\cancel{2}>\cancel{\sqrt{2}x}+x-2\sqrt{2}-\cancel{2}$$

$$2\sqrt{2}-x>x-2\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}>x+x \quad \rightarrow \quad \underset{2}{\cancel{4}}\sqrt{2}>\cancel{2}x \quad \rightarrow \quad x<2\sqrt{2}$$

Esercizio no.9:soluzione

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}(x+1)\geq 2x-\frac{1}{5}(2x-1)$$ moltiplico a sinistra e a destra per 15

$$6+5(x+1)\geq 30x-3(2x-1) \quad \rightarrow \quad 6+5x+5\geq 30x-6x+3$$

$$6+5-3\geq 30x-6x-5x \quad \rightarrow \quad 8\geq 19x \quad \rightarrow \quad x\leq\frac{8}{19}$$

Esercizio no.10:soluzione

$$x^2+4(2x-3)<(x+4)^2$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{8x}-12<\cancel{x^2}+\cancel{8x}+16 \quad \rightarrow \quad -12<16$$

la disuguaglianza è sempre verificata $\forall x$

Esercizio no.11:soluzione

$$\frac{(x+1)^2}{4}-\frac{(2x+1)^3}{12}<\frac{x\left(1-2x^2\right)}{3}-\left(\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{3}x+1\right)$$

moltiplico a sinistra e destra per 12

$$3(x+1)^2-(2x+1)^3<4x\left(1-2x^2\right)-9x^2-4x-12$$

$$3\left(x^2+2x+1\right)-\left(8x^3+3\cdot 4x^2+3\cdot 2x+1\right)<4x-8x^3-9x^2-4x-12$$

$$\cancel{3}x^2+\cancel{6}x+3-\cancel{8}x^3-1\cancel{2}x^2-\cancel{6}x-1<\cancel{4}x-\cancel{8}x^3-\cancel{9}x^2-\cancel{4}x-12$$

rimane $3-1<-12 \quad \rightarrow \quad 2<-12$ che è impossibile, se ne deduce che la disequazione non è mai soddisfatta, qualsiasi sia il valore di x.

Esercizio no.12:soluzione

$$\frac{x-1}{3}-\frac{19}{2}+10x<x-\frac{3x-1}{4}$$

$$\frac{x}{3}-\frac{1}{3}-\frac{19}{2}+10x<x-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{3}+10x-x+\frac{3}{4}x<\frac{1}{3}+\frac{19}{2}+\frac{1}{4}$$

$$\frac{4+120-12+9}{12}x<\frac{4+114+3}{12} \quad \rightarrow \quad \frac{121}{12}x<\frac{121}{12} \quad \rightarrow \quad x<1$$

Esercizio no.13:soluzione

$$\frac{1}{2}(23-4x)-\frac{1}{6}(5x-4)<\frac{1}{3}-\frac{1}{2}(x-5)$$

$$\frac{23}{2}-2x-\frac{5}{6}x+\frac{2}{3}<\frac{1}{3}-\frac{x}{2}+\frac{5}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{2}-2x-\frac{5}{6}x<\frac{1}{3}+\frac{5}{2}-\frac{2}{3}-\frac{23}{2}$$

$$\frac{3-12-5}{6}x<\frac{2+15-4-69}{6} \quad \rightarrow \quad -\frac{14}{\cancel{6}}x<\frac{-56}{\cancel{6}}$$

$$-14x<-56 \quad \rightarrow \quad 14x>56 \quad \rightarrow \quad x>\frac{\overset{4}{\cancel{56}}}{\cancel{14}} \quad \rightarrow \quad x>4$$

E' stato qui applicato il 3°principio di equivalenza per le disequazioni: moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una disequazione per una quantità negativa (.1 in questo caso) e cambiando senso al simbolo di disuguaglianza, la disequazione non cambia.

Esercizio no.14:soluzione

$$(x+a)^2-(x^2-a^2)\le 0$$

$$\cancel{x^2}+2ax+a^2-\cancel{x^2}+a^2\le 0 \quad\rightarrow\quad 2ax+2a^2\le 0 \quad\rightarrow\quad ax+a^2\le 0$$

$$ax\le -a^2$$

se $a>0 \quad\rightarrow\quad x\le -a$ ottenuta dividendo i due membri per a
se $a=0 \quad\rightarrow\quad 0\cdot x\le 0$ sempre verificata $\forall x\in R$
se $a<0$ bisogna dividere i due membri per a, che è una quantità negativa, per cui la disequazione cambia verso e risulta:

$$x\ge -a$$

Esercizio no.15:soluzione

$$ax-2<a$$

$$ax<a+2$$

per $a>0$ si avrà: $x<\dfrac{a+2}{a}$
per $a=0$ si avrà: $0\cdot x<2$ verificata $\forall x\in R$

per $a<0$ dividiamo ambedue i membri per la quantità negativa a e per cui cambiamo il senso al segno di disequazione ottenendo:

$$x>\frac{a+2}{a}$$

Esercizio no.16:soluzione

$$(1+a)x<4-3a$$

Come abbiamo visto nei casi precedenti è il coefficiente dell'incognita a cui bisogna fare attenzione.

se $1+a>0 \;\rightarrow\; a>-1$ si ha $x<\dfrac{4-3a}{1+a}$

se $1+a=0 \;\rightarrow\; a=-1$ si ha $0\cdot x<4-3\cdot(-1) \quad\rightarrow\quad 0<7$

che è sempre verificata $\forall x \in R$

se $1+a<0 \;\rightarrow\; a<-1$ dividiamo primo e secondo membro per la quantità negativa $(1+a)$ e invertiamo il segno della disequazione ottenendo:

$$x > \frac{4-3a}{1+a}$$