

Teorema di Fermat

Data una funzione $f:[a,b] \rightarrow \mathbb{R}$, sia c un punto interno all'intervallo $[a,b]$ di massimo o minimo relativo, allora se la funzione è derivabile nel punto allora $f'(c)=0$, cioè la derivata nel punto c si annulla.

Criterio di Monotonia

Data una funzione $f:]a,b[\rightarrow \mathbb{R}$, continua e derivabile allora

- 1) f è crescente in $]a,b[$ se e solo se $f'(x) \geq 0$ per ogni x in $]a,b[$
- 2) f è strettamente crescente in $]a,b[$ se e solo se $f'(x) > 0$ per ogni x in $]a,b[$
- 3) f è decrescente in $]a,b[$ se e solo se $f'(x) \leq 0$ per ogni x in $]a,b[$
- 4) f è strettamente decrescente in $]a,b[$ se e solo se $f'(x) < 0$ per ogni x in $]a,b[$

Quindi lo studio del segno della derivata prima di una funzione serve a determinare gli eventuali punti di massimo o minimo della funzione. Infatti se sappiamo che la funzione è derivabile in un punto c e la derivata si annulla ($f'(c)=0$) allora bisognerà studiare il segno della derivata. Se nell'intorno destro di c la derivata è positiva (quindi la funzione cresce per il criterio di monotonia) e nell'intorno sinistro di c la derivata è negativa (quindi la funzione decresce per il criterio di monotonia) allora c sarà un punto di massimo (relativo o assoluto). Se nell'intorno destro di c la derivata è negativa (quindi la funzione decresce per il criterio di monotonia) e nell'intorno sinistro di c la derivata è positiva (quindi la funzione cresce per il criterio di monotonia) allora c sarà un punto di minimo (relativo o assoluto). Se la derivata prima non cambia segno allora il punto c non sarà né di minimo né di massimo. Infatti ricordiamo che il Teorema di Fermat è una condizione necessaria ma non sufficiente a stabilire se un punto è un estremo relativo o meno.

Supposto di aver trovato attraverso lo studio della derivata punti di massimo e minimo relativo per stabilire se essi sono di massimo o minimo assoluto bisogna confrontarli tra loro e confrontarli con il comportamento della funzione agli estremi del campo d'esistenza

Riferimenti bibliografici Marcellini Sbordone Elementi di Analisi 1 pag. 141 e 146