Studi di funzione; rifermento bibliografico Marcellini-Sbordone Esercitazioni di Matematica 1 volume 1 parte 2 paragrafo 2D

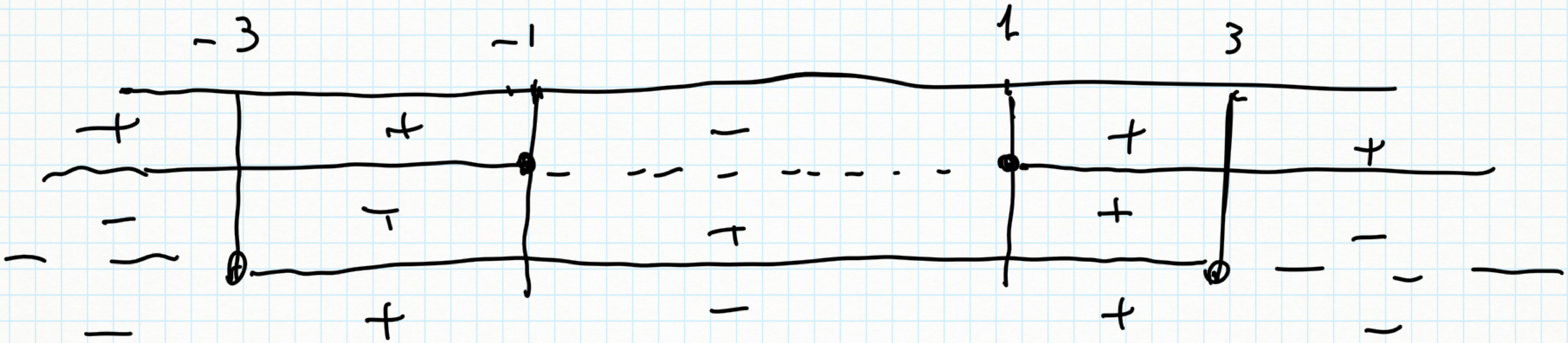
$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{9 - x^2}$$

C.E. $\quad 9 - x^2 \neq 0 \quad$ cioè

$$]-\infty; -3[\cup]-3; 3[\cup]3; +\infty[$$

Positività

$$\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ 9 - x^2 > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \leq -1 \qquad x \geq 1 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$$



Positiva $-3 < x < -1$ $1 < x < 3$

Limiti agli estremi del campo d'esistenza

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2-1}{9-x^2} = -1$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2-1}{9-x^2} = -1$$

in quanto grad D = grad N e facciamo il rapporto tra i coeff. di monomi di grado massimo

$y = -1$ AS. OR. DX e SX

Utilizzando la positività della funzione

$$\lim_{x \to -3^-} \frac{x^2-1}{9-x^2} = -\infty \qquad x = -3 \quad \text{AS. VER.}$$

$$\lim_{x \to -3^+} \frac{x^2-1}{9-x^2} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 3^-} \frac{x^2-1}{9-x^2} = +\infty \qquad x = 3 \quad \text{AS. VER.}$$

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{x^2-1}{9-x^2} = -\infty$$

MONOTONIA

$$f(x) = \frac{x^2-1}{9-x^2}$$

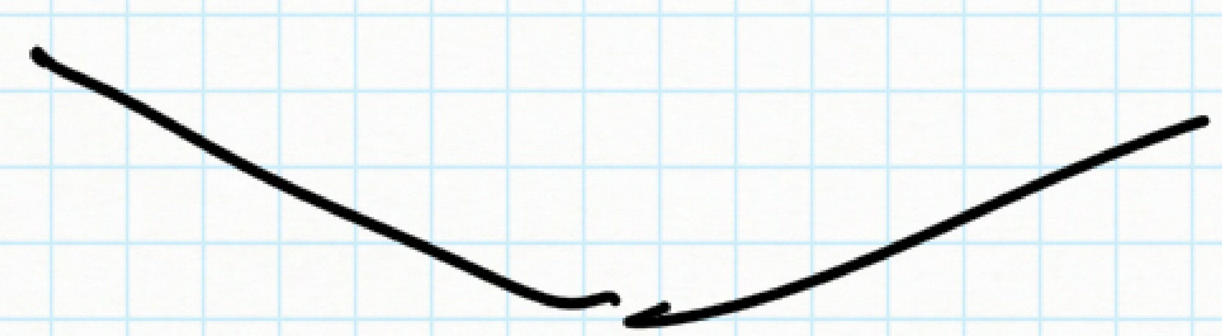
$$f'(x) = \frac{2x(9-x^2)-(x^2-1)(-2x)}{(9-x^2)^2} = \frac{18x-\cancel{2x^3}+\cancel{2x^3}-2x}{(9-x^2)^2} =$$

$$= \frac{16x}{(9-x^2)^2}$$

perché il denominatore è positivo nel campo d'esistenza

$$0$$

$-$ $\qquad$ $+$ $\qquad$ f'



f

0 punto di minimo relativo $f(0) = -\frac{1}{9}$ minimo relativo

CONVESSITÀ

$$f'(x) = \frac{16x}{(9-x^2)^2}$$

$$f''(x) = \frac{16(9-x^2)^2 - 16x(2)(9-x^2)(-2x)}{(9-x^2)^4} =$$

$$= \frac{16\cancel{(9-x^2)}}{(9-x^2)^{\cancel{4}3}}\left[(9-x^2) + 4x^2\right] = \frac{16}{(9-x^2)^3}\left[9-x^2+4x^2\right] =$$

$$f''(x) = \frac{16(3x^2+9)}{(9-x^2)^3}$$

Numeratore sempre positivo quindi

$$(9-x^2)^3 > 0 \iff 9-x^2 > 0$$

		-3		3		
	$-$		$+$		$-$	f''
	$\cap$		$\cup$		$\cap$	

Attenzione -3 e 3 non sono punti di flesso in quanto la funzione non è definita

-3
-1
1
3
$\left(-\frac{1}{9}\right)$
Y = -1