Esercizi e Laboratorio

ACS_P1_4f

1. Approssimare numericamente e visualizzare la derivata prima delle seguenti funzioni:

   $f(x) = \cos(2x) - \sin(x),$ $\quad x \in [-2\pi, +2\pi]$ $\quad$ **N=51**

   $f(x) = \cos(\log(x))$ $\quad x \in [0.5, +\pi]$ $\quad$ **N=21**

   $f(x) = x - \sin(x),$ $\quad x \in [-\pi/2, +\pi/2]$ $\quad$ **N=21**

   usando esclusivamente **N** campioni (equispaziati) della funzione calcolati come:

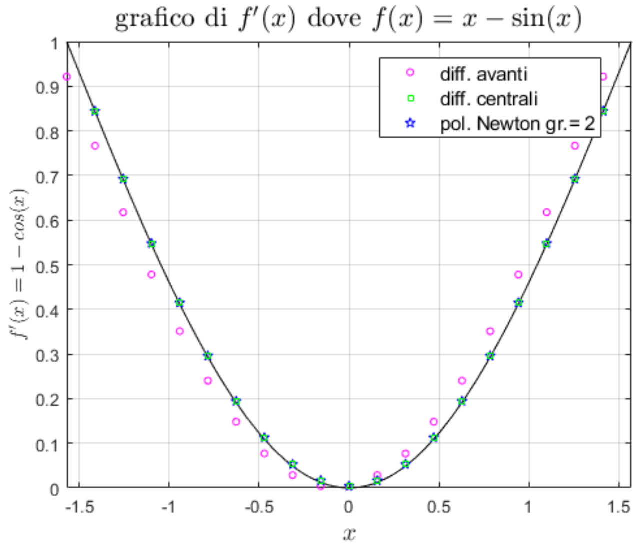
```
N=...;
xi=linspace(interval(1),interval(2),N)';
H=diff(xi(1:2)); % passo h
yi=pF(xi); % pF anonymous function per f(x)
```

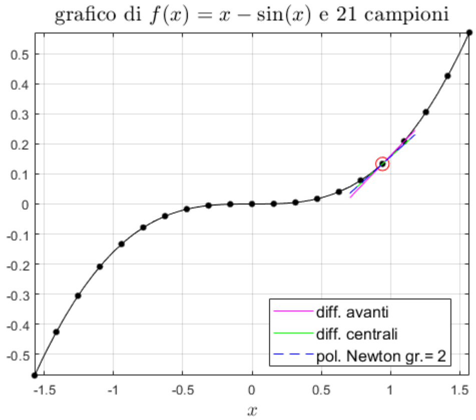
   Visualizzare il grafico della funzione, i suoi campioni e la retta tangente (numerica) nel punto campione $P_0=(x_0,y_0)$ calcolato come:

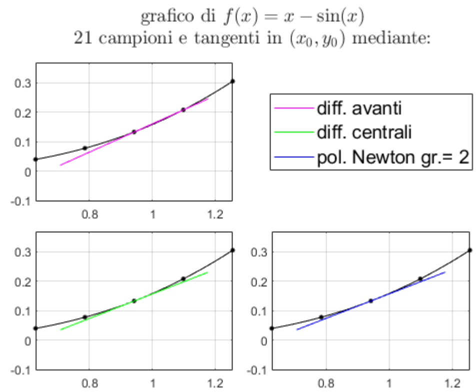
```
J=randi(N-2,1); J=J+1; % per evitare i due punti estremi
x0=xi(J); y0=yi(J);    % P0
```

   Usare per l'approssimazione numerica della derivata prima:
   - le differenze in avanti in `x0`;
   - le differenze centrali in `x0`;
   - le derivate del ***polinomio di Newton*** di 2° grado costruito sui nodi `xi(J-1),...,xi(J+1)`;

   Per disegnarla, valutare la retta tangente nei punti: `x0-1.5*H` e `x0+1.5*H`. Le figure sotto mostrano un esempio di output.







2. Per le seguenti funzioni ed i corrispondenti intervalli, approssimare, prima simbolicamente e poi numericamente, le derivate successive delle funzioni mediante ridotte della Serie di Fourier di ordine N+1, con N=8, 16, 32, 64, 128, visualizzando graficamente i risultati:

$$f(x) = \sin(x), \qquad x \in [0, +\pi]$$

$$f(x) = \cos(2x) - \sin(x), \qquad x \in [0, +\pi/2]$$

$$f(x) = \cos(\log(x)) \qquad x \in [0.5, +\pi]$$

$$f(x) = x - \sin(x), \qquad x \in [-\pi/2, +\pi/2]$$

Nel caso numerico, come sono i risultati se i campioni numerici vengono interpolati su più punti mediante **`interpft()`**?

3. Approssimare, mediante la funzione numerica **`gradient()`** di MATLAB, il gradiente della funzione:

$$f(x,y) = \exp(-(x^2 + y^2))$$

a partire da un insieme di suoi campioni "scattered" ottenuti come:

```
N=50; Pi=randn(N,2);
xi=Pi(:,1); yi=Pi(:,2); zi=exp(-(xi.^2 + yi.^2));
```

Il gradiente va approssimato sulla seguente griglia:

```
[x,y]=meshgrid(linspace(-4,4,N));
```

Confrontare i risultati numerici con quelli esatti ottenuti mediante il *Symbolic Math Toolbox*.