Esercizi e Laboratorio

ACS_P1_4c

1. Come mai, nonostante il **Teorema di esistenza ed unicità** del polinomio trigonometrico interpolante, l'esempio che segue (per N=6 o qualsiasi altro N pari) trova 2 polinomi interpolanti diversi (Q e T) sugli stessi dati?

```
myfun=@(t)exp(cos(t)+sin(t));
x=linspace(0,2*pi,199); y=myfun(x); % per il confronto grafico
%% (xk,yk): M dati di interpolazione di myfun
M=7; xk=2*pi*rand(M,1); yk=myfun(xk);
N=M-1; k=0:N; A=exp(i*xk*k);
cQ=A\yk;  zk=exp(1i*xk);  cT=A\(yk.*zk.^(N/2));
z=exp(1i*x);
Q=polyval(flipud(cQ),z);
T=z.^(-N/2).*polyval(flipud(cT),z);
plot(x,y,'k',xk,yk,'ok'); hold on
plot(x,real(Q),'b',x,real(T),'r'); legend('real(Q)','real(T)')
```

2. Per le funzioni e gli intervalli di seguito specificati, al variare del grado N del polinomio, con N=8,16,32,64,128, costruire e visualizzare i polinomi trigonometrici interpolanti Q e/o T generando i nodi di interpolazione come segue:
   - **a)** `xi=linspace(...);`
   - **b)** `xi=rand(...);  xi=sort(xi);`
   - **c)** `xi=randn(...); xi=sort(xi);`

$$\begin{array}{llll}
f(x)=\sin(2x), & x\in[0,2\pi[; & f(x)=\sin(2x)-\sin(8x), & x\in[-\pi,\pi[\\
f(x)=\sin^2(8x), & x\in[0,\pi[; & f(x)=\cos(22x), & x\in[-1,1[\\
f(x)=|x|, & x\in[-1,1[; & f(x)=\cos^4(8\pi x), & x\in[-2,2[\\
f(x)=x^2, & x\in[-1,1[; & f(x)=|\sin(\pi x)| & x\in[-1,1[\\
f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}, & x\in[-5,5[; & f(x)=\begin{cases} x(\pi+x), \\ x(\pi-x), \end{cases} & \begin{array}{l} x\in[-\pi,0[\\ x\in[0,+\pi[\end{array}
\end{array}$$

   Si consiglia di usare un menù per selezionare la funzione da interpolare. Per l'ultima funzione (definita "a tratti"), usare il seguente codice MATLAB per definirne l'*anonymous function*:

```
pf = @(t) t.*(pi-sign(t).*t);
```

   Aggiungere il grafico della funzione che ha generato i dati di interpolazione. Commentare i risultati ottenuti quando si considerino i polinomi interpolanti come approssimazioni della funzione che ha generato i dati.

3. Confrontare graficamente e commentare i risultati numerici dell'esercizio precedente, per M campioni equispaziati, dove M=11, 21, 31, 41, 51, con quelli ottenuti dalla funzione `interpft()` per N=128.