Riferimenti bibliografici Marcellini-Sbordone Esercitazioni di Matematica vol 1 parte 1 paragrafo 8E

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sin(2e^x)}{\log(1+e^x)}$$

. Facciamo la sostituzione $e^x = t$

osserviamo che

$$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$$

. Quindi

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sin(2e^x)}{\log(1+e^x)} = \lim_{t \to 0} \frac{\sin(2t)}{\log(1+t)}$$

Usiamo i due limiti notevoli

$$\lim_{f(x)\to 0} \frac{\sin(f(x))}{f(x)} = 1 \quad \text{ove} \quad f(x) = 2x \quad \wedge$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1 \qquad \text{Quindi}$$

$$\lim_{t\to 0} \frac{\sin(2t)}{\log(1+t)} = \lim_{t\to 0} 2\cancel{t}\, \frac{\sin(2t)}{2t} \cdot \frac{t}{\log(1+t)} \cdot \frac{1}{\cancel{t}} =$$

$$= \lim_{t\to 0} \frac{2\sin(2t)}{2t} \cdot \frac{t}{\log(1+t)} = 2 \cdot \lim_{t\to 0} \frac{\sin(2t)}{2t} \cdot \lim_{t\to 0} \frac{t}{\log(1+t)} =$$

$$= 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2$$