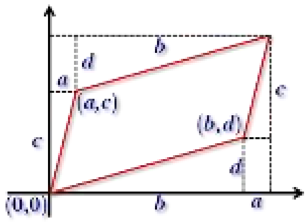
Esercizi e Laboratorio

ACS_P1_4a

1. Verificare che il valore assoluto del determinante della matrice `A=[a b;c d];` rappresenta l'area del parallelogramma con vertici in (0,0), (a,c), (b,d):



2. Analogamente al caso dell'algoritmo *Forward Substitution* per risolvere un sistema triangolare inferiore (illustrato in `ACS_04a.pdf`), scrivere le funzioni MATLAB per implementare le due versioni scalari e quella vettoriale dell'algoritmo *Backward Substitution* per risolvere sistemi triangolari superiori. Le formule matematiche dell'algoritmo *Backward Substitution* sono riportate di seguito:

$$\begin{cases} x_n = b_n / a_{n,n} \\ x_{n-1} = \left(b_{n-1} - a_{n-1,n}x_n\right) / a_{n-1,n-1} \\ x_{n-2} = \left(b_3 - a_{3,1}x_1 - a_{3,2}x_2\right) / a_{3,3} \\ \vdots \\ x_1 = \left(b_1 - \sum_{j=2}^{n} a_{1,j}x_j\right) \Big/ a_{1,1} \end{cases}$$

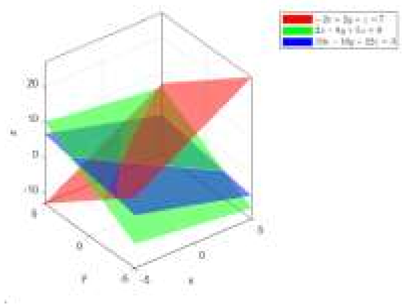
Generare la matrice `A` di input, triangolare superiore, ed il vettore `b` dei termini noti in modo random: per entrambi usare la funzione `rand()` e, per la matrice, la funzione `triu()`. Variare la dimensione *n* del problema. Confrontare il vettore `x` dei risultati con quelli ottenuti risolvendo il sistema mediante l'operatore backslash (`\`) di MATLAB.

3. Determinare se i seguenti sistemi sono compatibili oppure no; in caso positivo determinare anche se sono *compatibili determinati* oppure *compatibili indeterminati*, e risolverli con il *metodo di Gauss*. Nel caso di sistema compatibile indeterminato esprimerne la *soluzione generale*. Rappresentare graficamente (con la geometria analitica) le singole equazioni del sistema*.

* Ricorda le *equazioni cartesiane* di una retta di $\mathbb{R}^2$ e di un piano di $\mathbb{R}^3$.

- `A=[1 0 -3;0 1 2;0 0 0]; b=[7 -5 0]';`
- `A=[1 0 5;0 1 -2;0 0 0]; b=[-9 4 3]';`
- $\begin{cases} -2x+2y+z=7 \\ 2x-8y+5z=0 \\ 19x-10y+22z=3 \end{cases}$

Esempio di rappresentazione



- $\begin{cases} x+3z=12 \\ -x+4y=0 \\ y+2z=-7 \end{cases}$
- $\begin{cases} -x+2y-4z=8 \\ 3y+8z=-4 \\ -7x+y+2z=1 \end{cases}$

4. Date le due matrici `A=[1 -2 3;0 5 -6;2 -1 4];` e `C=[1 2 0;-1 5 2;2 1 3];`, determinare la matrice `B` tale che `A + B = C`.

5. Data la matrice `A=[1 -1 0;-3 2 1;1 0 1];`, calcolare, se esiste, la sua inversa mediante le fattorizzazioni `LU`, `QR`, `SVD`, e confrontare gli eventuali risultati con `inv(A)`.

6. Si trovi per quali valori di `k` (`k`$\in\mathbb{R}$) il sistema $Ax=b$ ammette soluzione, dove `b=[0 1 -1]';` e `A=[1 -1 2; 0 1 1; 0 0 k+1];`.

7. Si consideri il seguente sistema parametrico con k parametro reale:

$$\begin{cases} x+2y+3z=2k \\ x+y+kz=4 \\ kx+ky+k^2z=4 \end{cases}$$

Per quali valori di k il sistema risulta compatibile? Esistono valori di k per cui il sistema sia indeterminato? In caso affermativo determinarne la soluzione generale.
[Si consiglia di applicare l'*algoritmo di eliminazione di Gauss*]