Esercizi e Laboratorio

ACS_P1_03 Mediante il Symbolic Math Toolbox di MATLAB risolvere i seguenti esercizi:

1. Produrre il grafico della superficie di equazione:

   a) $X = a^2 - b^2$
   $Y = a + b$
   $Z = a*b$

   e determinare se nel punto P(−3,3,2) esiste la retta normale.

2. Produrre il grafico della superficie di equazione:

   $X = b^2$
   $Y = a - b$
   $Z = a^2$

   e determinare se esistono punti dove la superficie non ammette piano tangente.

3. Produrre il grafico della superficie di equazione:

   $X = a$
   $Y = \cos(a)*\cos(b)$
   $Z = \cos(a)*\sin(b)$

   e determinare se esistono punti dove la superficie non ammette piano tangente.

4. Disegnare la retta tangente e la retta normale in un punto regolare della *Lemniscata di Bernoulli*. Risolvere il problema prima simbolicamente e poi numericamente, cioè quando sia assegnata solo una sequenza finita di suoi punti campione [per i grafici usare l'*eq. in coordinate polari* della curva:
   in particolare, usare il codice 1a delle slide, per $\theta\in[-\pi/4, +\pi/4]$,

   $$\begin{cases} x = r\cos(\theta) \\ y = r\sin(\theta) \end{cases} \quad r = \pm a\sqrt{\cos(2\theta)}$$

   nel caso simbolico, ed il codice 2b delle slide, basato sulle equazioni

   $$x = \frac{a\cos(t)}{1+\sin^2(t)}, \quad y = \frac{a\sin(t)\cos(t)}{1+\sin^2(t)} \qquad t\in[-\pi,+\pi]$$

   nel caso numerico].

5. Nell'origine, la *Lemniscata* ha un punto di *continuità geometrica* o di *continuità parametrica*? Usare sia il codice 1a (equazioni con le coordinate polari) e sia il codice 2a (equazioni parametriche) delle slide. Come suggerimento, osservare la figura prodotta dal seguente codice:

```
a=2;  syms t real;  r=a*sqrt(cos(2*t));
x1=r*cos(t);   y1=r*sin(t);  % r > 0
x2=-r*cos(t);  y2=-r*sin(t); % r < 0
figure(1)
h1=fplot3(x1,y1,t,[-pi/4 pi/4]); axis equal; hold on; h2=fplot3(x2,y2,t,[-pi/4 pi/4]);
legend([h1;h2],'$\Gamma_1$: curva per $r>0$','$\Gamma_2$: curva per $r<0$', ...
                                 'Interpreter','LaTeX','FontSize',13,'Location','NorthWest')
xlabel('$x$','Interpreter','LaTeX','FontSize',14)
ylabel('$y$','Interpreter','LaTeX','FontSize',14)
zlabel('$\theta\in\left[-\frac{\pi}{4},+\frac{\pi}{4}\right]$', ...
                                                       'Interpreter','LaTeX','FontSize',14)
Formula=['$\left\{\begin{array}{l}x=r\cos(\theta) \\' ...
         'y=r\sin(\theta)\end{array}\right. r=\pm a\sqrt{\cos(2\theta)}$'];
title(['{\it Lemniscata}: eq. ' Formula],'Interpreter','LaTeX','FontSize',15)
```

   [Suggerimento: per il codice 1a, calcolare il coefficiente angolare della retta tangente alla curva.]

6. Ricordando che l'angolo tra due curve nel loro punto di intersezione si ottiene come angolo tra i due vettori tangenti alle curve in quel punto, calcolare gli angoli nei punti di intersezione tra la *Lemniscata* e la circonferenza centrata nell'origine e di raggio 1 (vedi figura sotto) [usare la funzione simbolica **solve** per trovare i punti di intersezione a partire dalle equazioni cartesiane di entrambe le curve:

Lemniscata: $(x^2 + y^2)^2 = 4(x^2 - y^2)$
Circonferenza: $x^2 + y^2 = 1$