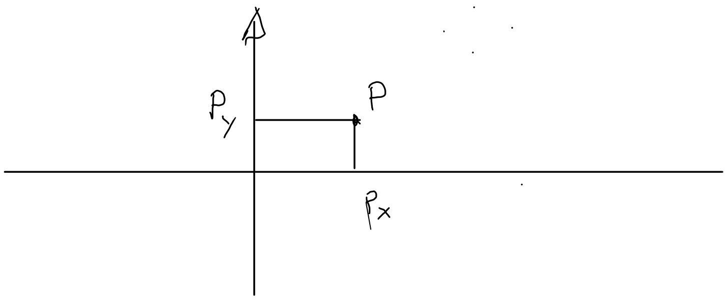
COORDINATE CARTESIANE IN UN PIANO EUCLIDEO

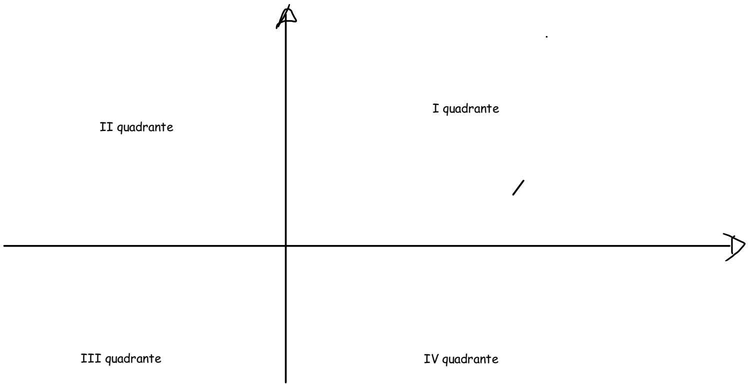
Consideriamo sul piano euclideo π due rette ortogonali (assi cartesiani) sulle quali vengono introdotti due sistemi di ascisse con origine nel punto di intersezione delle rette e uguale unità di misura.
Tipicamente una delle rette si considera orizzontale (asse delle ascisse o asse delle x) con il verso positivo verso destra, l'altra verticale (asse delle ordinate o asse delle y) con il verso positivo dal basso verso l'alto.
Considerato un punto P del piano siano P_x e P_y

le proiezioni di P rispettivamente sull'asse delle x e sull'asse delle y e x e y le loro ascisse rispetto ai riferimenti adottati sui rispettivi assi.



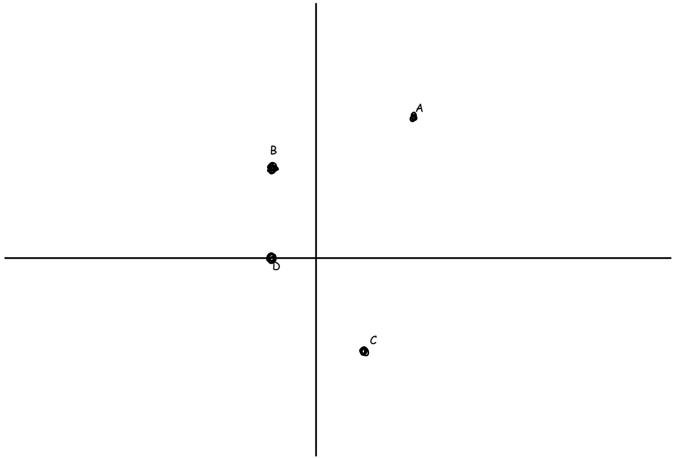
COORDINATE CARTESIANE IN UN PIANO EUCLIDEO

Si viene a stabilire una corrispondenza biunivoca tra π e $\mathbb{R}^2$ che ad ogni punto P del piano associa una coppia (x,y) di numeri reali e viceversa. Gli assi cartesiani dividono il piano euclideo in 4 zone denominate quadranti che si è soliti numerare in senso antiorario



COORDINATE CARTESIANE IN UN PIANO EUCLIDEO

Valutare le coordinate dei 6 punti indicati con le lettere



COORDINATE CARTESIANE IN UN PIANO EUCLIDEO

Rappresentare i seguenti punti sul piano cartesiano

$A \equiv (2;0)$ $\quad$ $B \equiv (-2;3)$ $\quad$ $C \equiv (1;4)$

$D \equiv (0;1)$ $\quad$ $E \equiv (-1;1)$ $\quad$ $F \equiv (1;1)$

PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO

$A \equiv (x_a ; y_a)$ $\qquad$ $B \equiv (x_b ; y_b)$

$$M \equiv \left(x_m = \frac{x_a + x_b}{2} ; \; y_m = \frac{y_a + y_b}{2} \right)$$ punto medio

PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO

Dato il segmento di estremi $A \equiv (2;3)$ e $B \equiv (4;-1)$ calcolare le coordinate del punto medio

$$M \equiv \left(\frac{2+4}{2} = 3 \; ; \; \frac{3+(-1)}{2} = 1 \right)$$

LUNGHEZZA DI UN SEGMENTO

DISTANZA DI DUE PUNTI

$A \equiv (x_a ; y_a)$ $\quad$ $B \equiv (x_b ; y_b)$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2}$$

LUNGHEZZA DI UN SEGMENTO DISTANZA DI DUE PUNTI:

La lunghezza di un segmento coincide con la distanza degli estremi del segmento

Calcolare la lunghezza del segmento di estremi $A \equiv (2;3)$ e $B \equiv (4;1)$

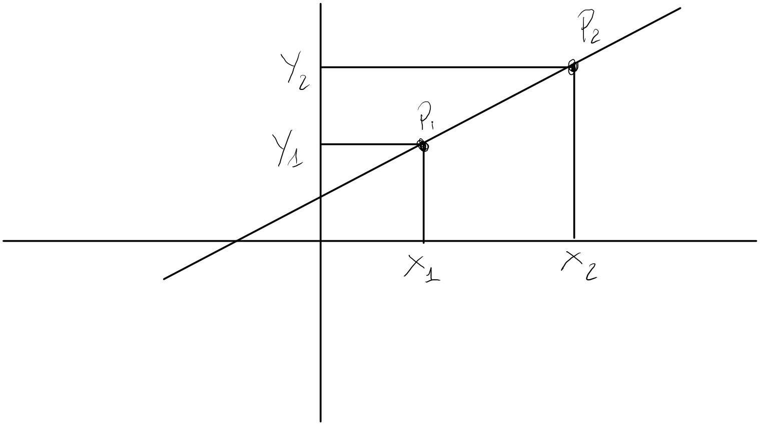
$$\overline{AB} = \sqrt{(2-4)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} =$$

$$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

EQUAZIONE DELLA RETTA

Se si fissano nel piano due punti distinti questi identificano, in modo univoco, una retta. Si dimostra che le coordinate di tutti e soli i punti di questa retta costituiscono le soluzioni di un'equazione di I grado in x ed y che in dipendenza dai valori delle coordinate dei punti si scrive:

EQUAZIONE DELLA RETTA: retta obliqua



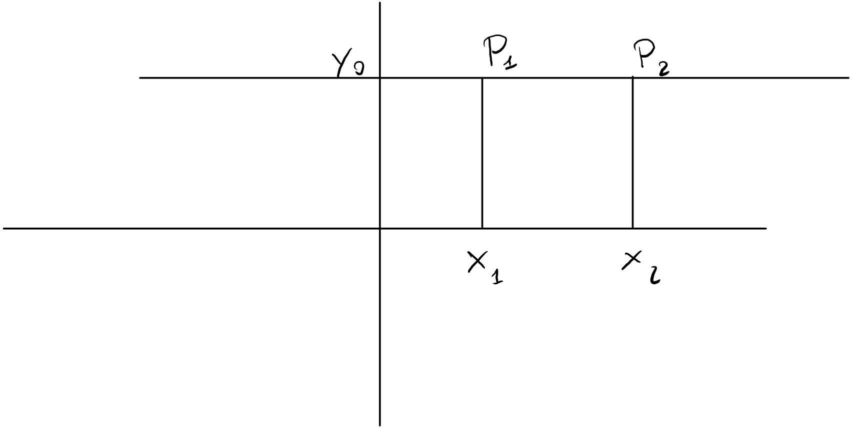
$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \quad ; \quad x_1 \neq x_2 \quad y_1 \neq y_2$$

EQUAZIONE DELLA RETTA: retta obliqua

Scrivere l'equazione della retta passante per i punti $P_1 \equiv (1;2)$ e $P_2 \equiv (2;-2)$

Sia le ascisse che le ordinate dei punti sono diversi tra loro. La retta è obliqua di equazione $\frac{x-1}{2-1} = \frac{y-2}{-2-2} \Rightarrow 4x+y-6=0$

EQUAZIONE DELLA RETTA: retta orizzontale

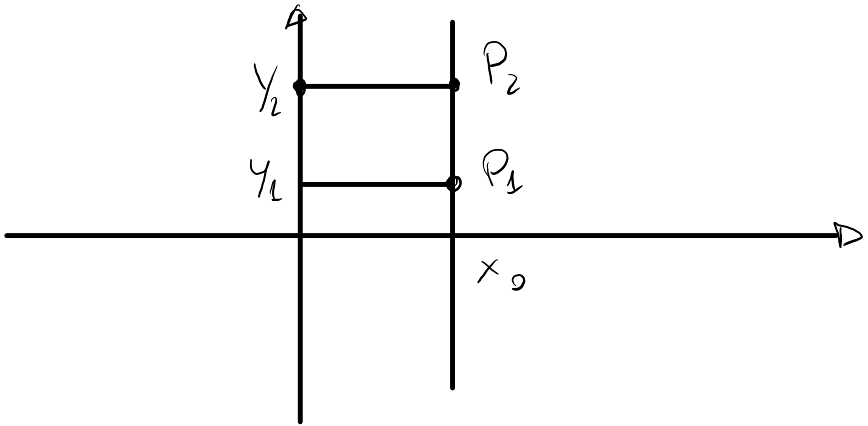


$$y = y_0$$

EQUAZIONE DELLA RETTA: retta orizzontale

Scrivere l'equazione della retta passante per i punti $P_1 \equiv (1;1)$
$P_2 \equiv (3;1)$
Le ordinate dei punti sono uguali tra loro. La retta è orizzontale di equazione $y = 2$.

EQUAZIONE DELLA RETTA: retta verticale



$$X = X_0$$

EQUAZIONE DELLA RETTA: retta verticale

Scrivere l'equazione della retta passante per i punti: $P_1 \equiv (2;2)$ e $P_2 \equiv (2;-2)$

Le ascisse sono uguali tra loro. La retta è verticale. di equazione

$$X = 1 .$$

EQUAZIONE DELLA RETTA

Le varie equazioni si unificano nell'unica relazione:
$ax+by+c=0$
che viene detta equazione implicita della retta.
E' fondamentale ricordare che considerata una qualunque equazione di I grado $ax+by+c=0$ le sue soluzioni identificano una retta. Per rappresentarla, occorre individuare due punti distinti del piano che appartengono alla retta stessa.

EQUAZIONE DELLA RETTA

Se il coefficiente b è diverso da zero si ottiene l'equazione esplicita della retta rispetto ad y
$y=mx+n$

Se il coefficiente b è diverso da zero si ottiene l'equazione esplicita della retta rispetto ad y
$x=py+q$

In generale, si usa solo la forma esplicit rispetto ad y. Si tenga presente che tale forma non permette di rappresentare rette veritcali

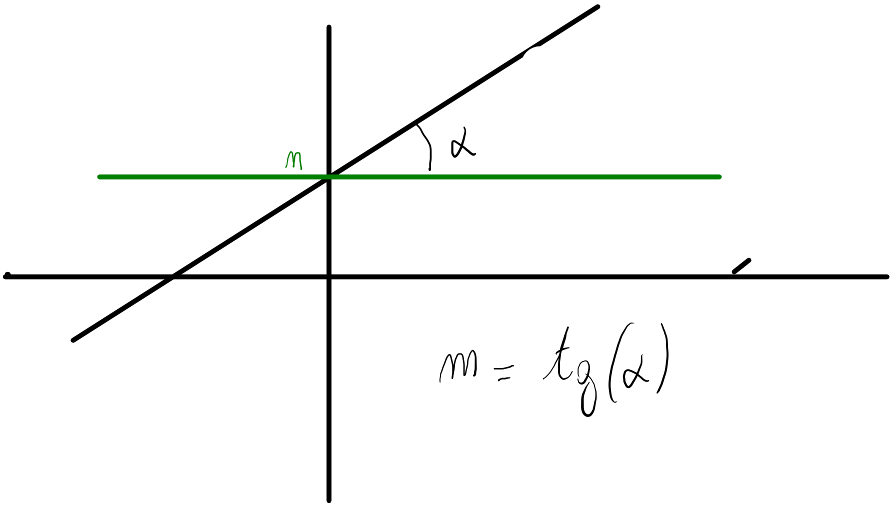
EQUAZIONE DELLA RETTA

Consideriamo la forma esplicita di una retta:
$y=mx+n$

Il coefficiente m viene chiamato coefficiente angolare e dipende dall'angolo che la retta forma con l'asse delle x

Il coefficiente n viene chiamato termine noto o ordinata all'origine e coincide con l'ordinata del punto in cui la retta interseca l'asse delle y.

EQUAZIONE DELLA RETTA



$$m = tg(\alpha)$$

Per essere precisi il coefficiente angolare coincide con la tangente trigonometrica dell'angolo che la retta forma con l'asse delle x

ESERCIZI DI VERIFICA

Rappresentare le rette di equazioni

$2x-y-2=0$

$2x-y=0$

Assegnata la retta di equazione $x-2y+4=0$, controllare se i punti di coordinate $(-1,2)$ e $(2,3)$ appartengono alla retta.

Controllare se i punti di coordinate $(-1,2)$, $(1,1)$ e $(3,0)$ sono allineati

(suggerimento basta controllare se uno dei tre punti appartiene alla retta definita dai rimanenti due)

CONDIZIONI DI PARALLELISMO E PERPENDICOLARITA' TRA RETTE FORMA IMPLICITA

Due rette r e s di equazioni

$$a_r x + b_r y + c_r = 0 \qquad r$$

$$a_s x + b_s y + c_s = 0 \qquad r$$

Sono :

CONDIZIONI DI PARALLELISMO E PERPENDICOLARITA' TRA RETTE forma implicita

parallele se $a_r = k a_s$, $b_r = k b_s$

per k opportuno. In più se anche

$c_r = k c_s$ le rette coincidono

perpendicolari se $a_r = k b_s$ e

$b_r = -k a_s$, per k opportuno

CONDIZIONI DI PARALLELISMO E PERPENDICOLARITA' TRA RETTE forma esplicita

Due rette r e s di equazioni

$y = m_r x + n_r$ r

$y = m_s x + n_s$

sono

CONDIZIONI DI PARALLELISMO E PERPENDICOLARITA' TRA RETTE forma esplicita

parallele se $m_r = m_s$

(stesso coefficiente angolare)

perpendicolari se $(m_r)(m_s) = -1$

ESERCIZIO DI VERIFICA

Considerate le rette di equazioni

$x+y+1=0$

$y=x+2$

controllare se sono perpendicolari