

Prof. Mariacarla Staffa
a.a. 2022/2023

Laboratorio di Architettura Degli Elaboratori

Rappresentazione dei Numeri



Hexadecimal to Binary Conversion

Solution:

- Hexadecimal to binary conversion:
 - Convert $4AF_{16}$ (also written $0x4AF$) to binary
 - $0100\ 1010\ 1111_2$
- Hexadecimal to decimal conversion:
 - Convert $0x4AF$ to decimal
 - $16^2 \times 4 + 16^1 \times 10 + 16^0 \times 15 = 1199_{10}$

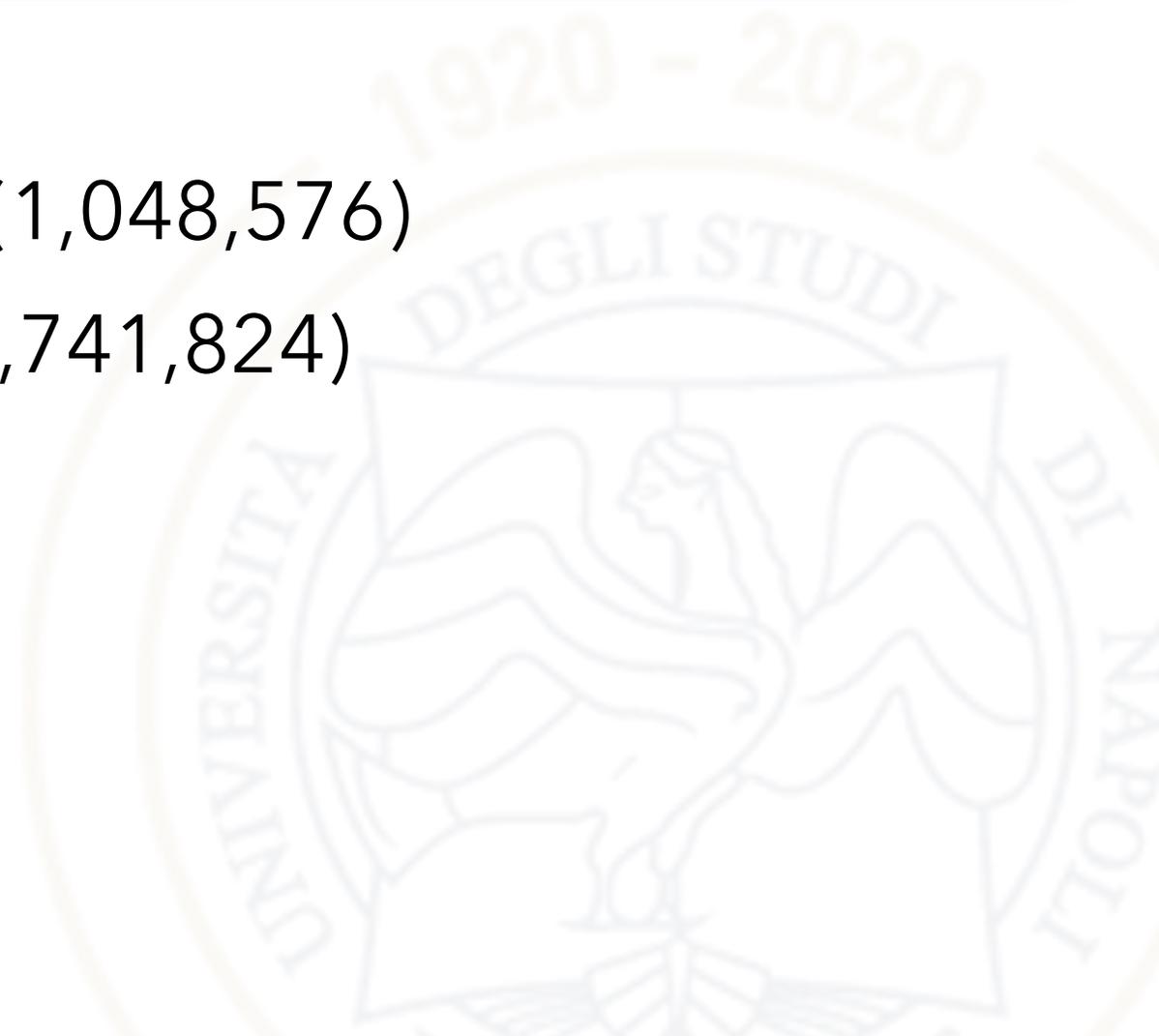
Powers of Two

- $2^0 = 1$
- $2^1 = 2$
- $2^2 = 4$
- $2^3 = 8$
- $2^4 = 16$
- $2^5 = 32$
- $2^6 = 64$
- $2^7 = 128$
- $2^8 = 256$
- $2^9 = 512$
- $2^{10} = 1024$
- $2^{11} = 2048$
- $2^{12} = 4096$
- $2^{13} = 8192$
- $2^{14} = 16384$
- $2^{15} = 32768$

**Handy to
memorize
up to 2^9**

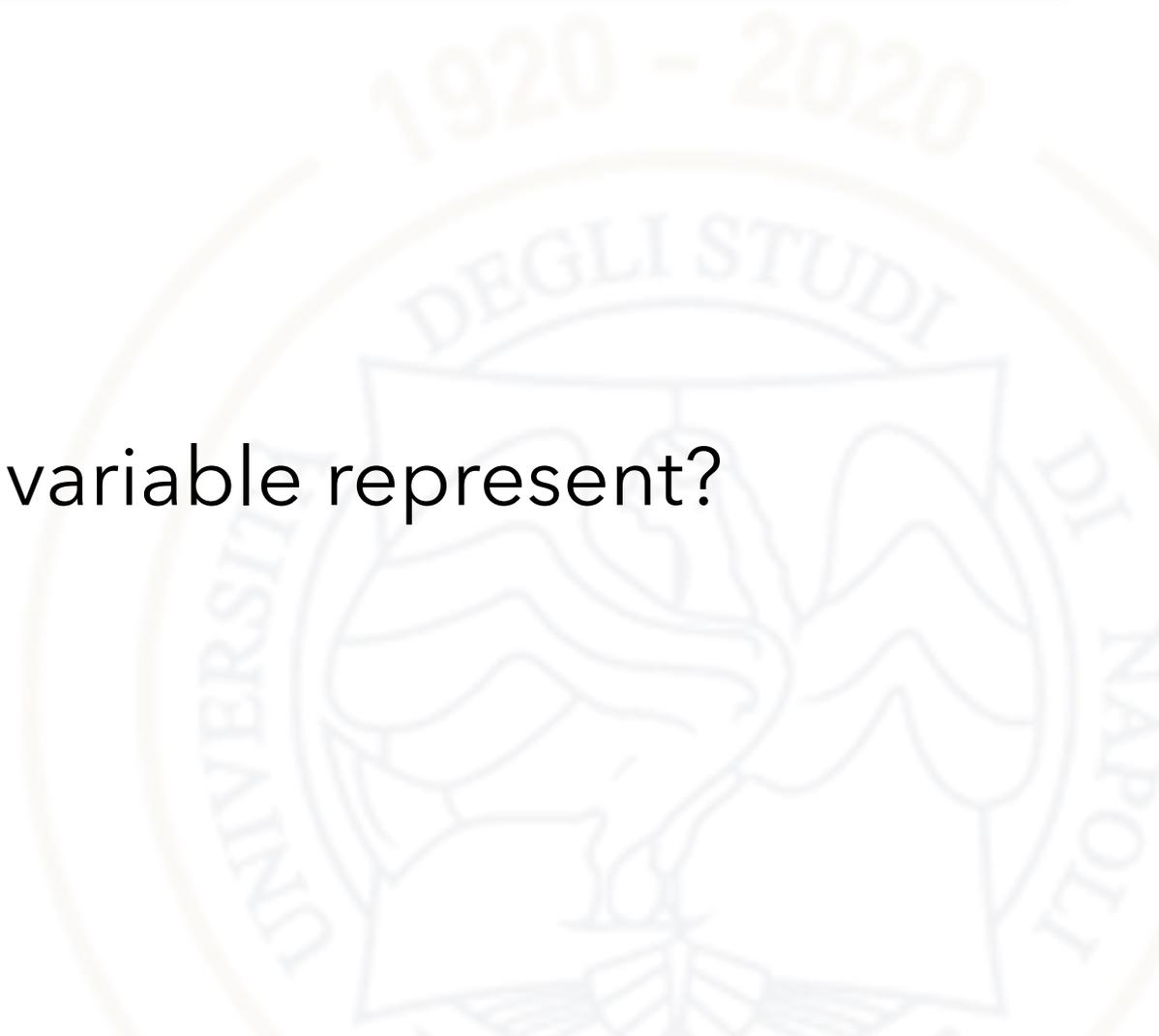
Large Powers of Two

- $2^{10} = 1 \text{ kilo} \approx 1000 (1024)$
- $2^{20} = 1 \text{ mega} \approx 1 \text{ million } (1,048,576)$
- $2^{30} = 1 \text{ giga} \approx 1 \text{ billion } (1,073,741,824)$



Estimating Powers of Two

- What is the value of 2^{24} ?
- How many values can a 32-bit variable represent?

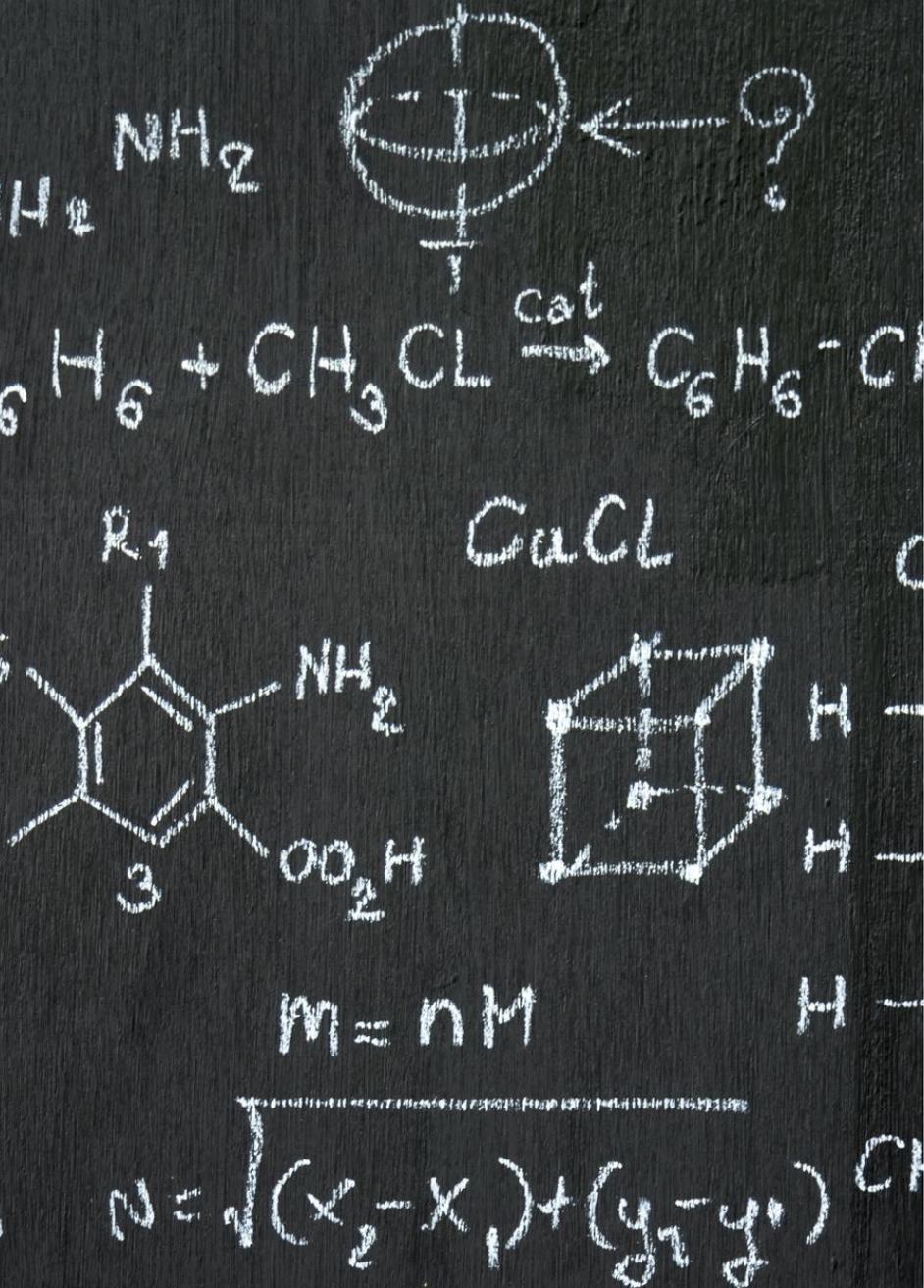


Estimating Powers of Two

- What is the value of 2^{24} ?
- **$2^4 \times 2^{20} \approx 16$ million**

- How many values can a 32-bit variable represent?
- **$2^2 \times 2^{30} \approx 4$ billion**





Esercizi

- Convertire da base 2 a base 10:
 - 0110011
 - 10101100
 - 1100110011
- Convertire in base 10 i seguenti numeri:
 - 102210_3
 - 431204_5
 - 5036_7
 - $198A1_{12}$

Esercizi

- Convertire da base 10 alla base indicata i seguenti numeri:
 - 7562 base 8
 - 1938 base 16
 - 205 base 16
 - 175 base 2
- In un registro a 32 bit è memorizzato il valore 0xF3A7C2A4. Esprimere il contenuto del registro in base 2
- Convertire da base 2 a base 16:
 - 10010
 - 11010101
 - 10010011

Numeri con parole di lunghezza fissa

- I registri dei moderni calcolatori sono tipicamente parole di 32 o 64 bit
- Con una parola di lunghezza fissa sono rappresentabili un numero finito di naturali.



- Nel caso di parole a 64 bit sono rappresentabili i numeri da 0 a $2^{64}-1$
- Chiaramente, poiché ogni numero deve essere rappresentato dallo stesso numero di cifre, occorre ricorrere necessariamente a zeri non significativi

Curiosità

$2^{64} = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 616$



Numeri con parole di lunghezza fissa

- Supponiamo di avere una macchina che opera con parole di 16 bit, il numero 9 sarà quindi rappresentato come: 0000 0000 0000 1001
- Operazioni come l'addizione o la moltiplicazione possono produrre numeri troppo grandi per essere rappresentati. In questo caso parleremo di trabocco o **overflow**
- Supponiamo di nuovo di avere una parola di 16 bit e supponiamo di voler elevare 1024 al quadrato. Questo produrrà un trabocco, infatti:

$$1024^2 = 1024 \cdot 1024 = 2^{10} \cdot 2^{10} = 2^{20} > 2^{16} - 1$$