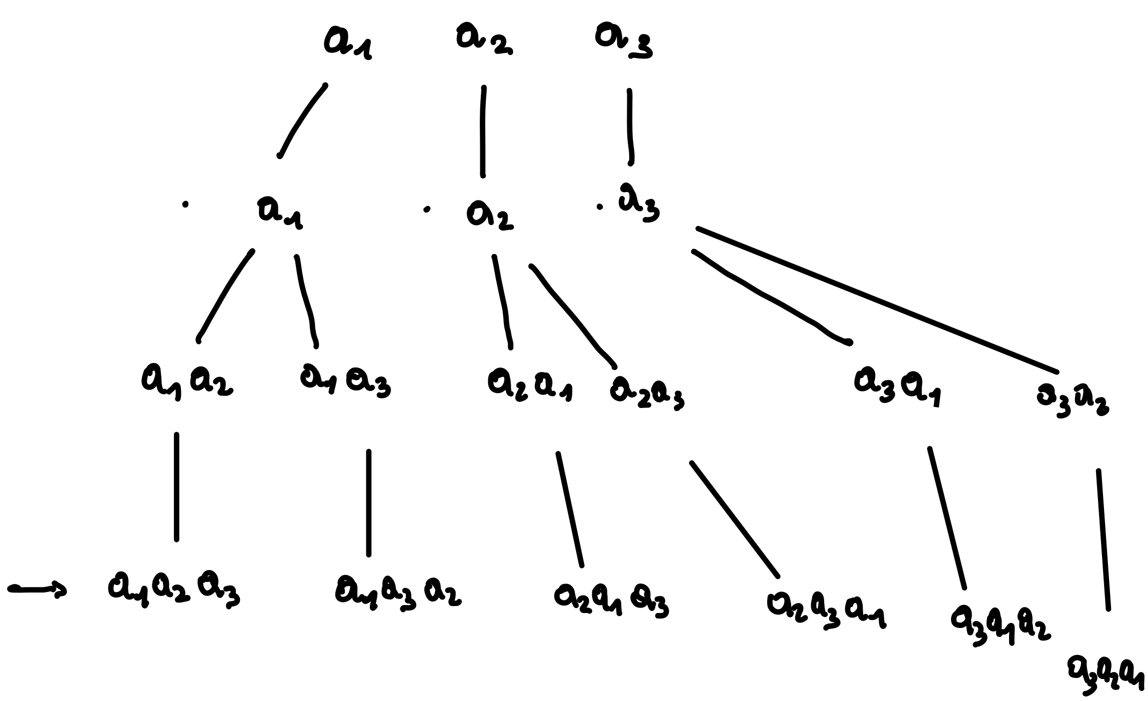
Lezione del 21/12/2022

RUOTA	1 estr.	2 estr.	3 estr.	4 estr.	5 estr.
Bari	58	12	26	85	81
Cagliari	75	37	2	87	63
Firenze	43	2	19	52	64
Genova	46	21	14	85	18
Milano	81	78	14	63	8
Napoli	76	81	7	27	71
Palermo	58	43	38	47	74
Roma	8	26	50	81	19
Torino	67	12	80	62	3
Venezia	45	57	37	59	66
Nazionale	45	13	34	27	87

Calcolo combinatorio

n oggetti

Permutazione di n oggetti "distinti": presentazione ordinata degli stessi oggetti, ossia una sequenza, in cui un oggetto compare una sola volta



$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ permutazioni

<u>In generale</u>: il numero delle permutazioni di un insieme di n oggetti distinti è $P_n = n!$

→ PORTA $\quad P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

PORTO

K oggetti distinti (4 nel nostro caso). Consideriamo gli insiemi costituiti da n_1 copie del primo oggetto n_2 copie del secondo .... n_k copie del K-esimo

$n_1 = 1, \; n_2 = 2, \; n_3 = 1, \; n_4 = 1$

$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 5 = n$.

Allora il numero delle permutazioni con ripetizione è dato da

$$\left[P'_n = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!} \right]$$

Nel nostro caso, $P'_5 = \frac{5!}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = \frac{120}{2} = 60$

SERRATURA

$n_1 = 1, \; n_2 = 1, \; n_3 = 3, \; n_4 = 2, \; n_5 = 1, \; n_6 = 1$

n oggetti ; raggruppamento di k oggetti

Disposizione semplice : è una sequenza ordinata di k oggetti, senza ripetizioni.

Disposizione con ripetizioni : è una sequenza ordinata di k oggetti, in cui un oggetto può presentarsi più di una volta.

Combinazione semplice : è un raggruppamento di k oggetti, dove non conta l'ordine, e non ci sono ripetizioni

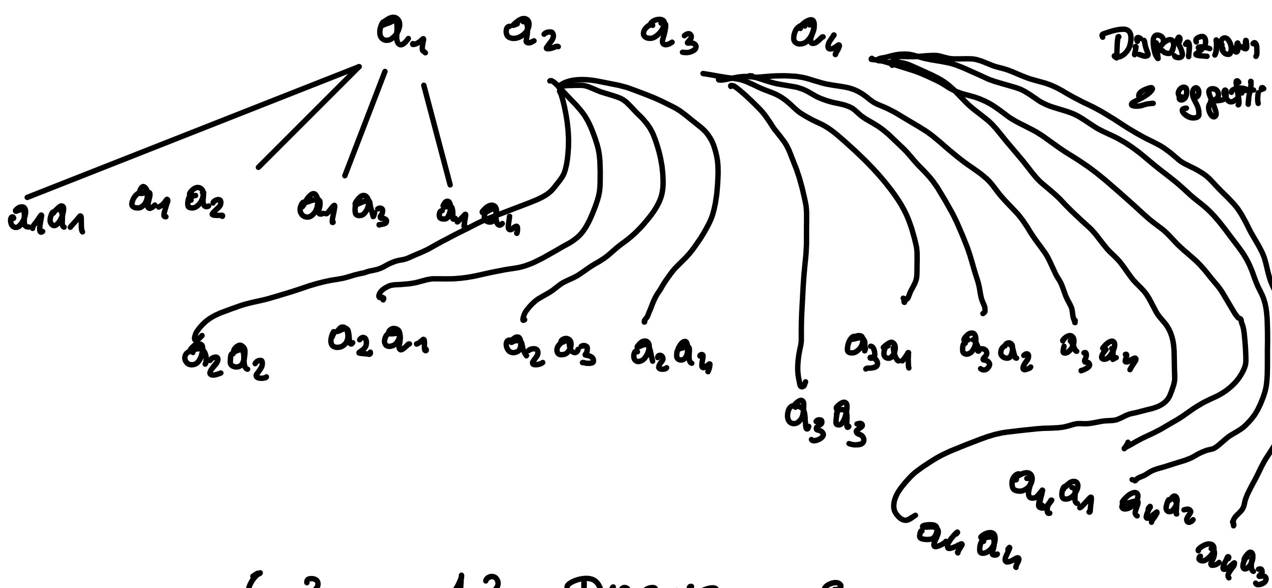
Combinazione con ripetizioni : è un raggruppamento di k oggetti, dove non conta l'ordine e possono esserci ripetizioni.

Es. Due estrazioni da un'urna di biglie numerate.

1. SENZA REINTEGRO : DISPOSIZIONE SEMPLICE ; COMBIN. SEMP.
2. CON REINTEGRO : DISPOSIZIONE CON RIPETIZIONI
COMBINAZIONE CON RIPETIZIONI

4 oggetti

DISPOSIZIONI DI 2 oggetti su 4



$4 \cdot 3 = 12$ DISPOSIZIONI SEMPLICI

In generale, il numero delle disposizioni semplici di k oggetti su m è dato da

$$\left[\; D_{m,k} = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \ldots \cdot (m-(k-1)) = \frac{m!}{(m-k)!}\right.$$

$k=2$
$m=4$

$$D_{4,2} = 4 \cdot 3 = 12$$

$$D_{m,k} = \frac{m!}{(m-k)!}$$

$$D_{m,k} = \frac{\overbrace{m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \ldots \cdot (m-(k-1)) \cdot (m-k)!}^{m!}}{(m-k)!}$$

$$= \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$D_{4,2} = \frac{4!}{2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} = 12$$

Disposizioni con ripetizioni sono : $4 \cdot 4 = 16$

In generale il num delle disposizioni con ripetizioni

è dato da $D'_{n,k} = n^k = \underbrace{n \cdot n \cdots\cdots n}_{k \text{ volte}}$

Nel nostro caso, $D'_{4,2} = 4^2 = 16$

Combinazioni

Combinazioni semplici : $C_{n,k} = \dfrac{D_{n,k}}{P_k}$

$$C_{m,k} = \frac{m \cdot (m-1) \cdot \ldots \cdot (m-k+1)}{k!}$$

$$= \frac{m!}{(m-k)!\,k!} = \binom{m}{k}$$ coefficiente binomiale di m su k

Nel nostro caso: $C_{4,2} = \frac{4!}{2 \cdot 2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4} = 6$

Combinazioni con ripetizioni:

$$C'_{m,k} = \binom{m+k-1}{k}$$

$$C'_{4,2} = \binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

Eventi e probabilità

Spazio campione: insieme di tutti gli esiti di un esperimento aleatorio. Ω = spazio campione.

$E \subseteq \Omega$ = evento dell'esperimento.

Si dice che E è un evento verificato se l'esito di un esperimento appartiene all'evento.

Es. Esp. aleatorio: lancio di un dado a 6 facce.

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Esempi di eventi:

A. uscita di un numero pari: $A = \{2, 4, 6\}$.

B. " del numero 6: $B = \{6\}$

C. uscita di un numero inferiore a 3: $C = \{1, 2\}$.

D. uscita di un numero negativo: $D = \emptyset$

E. uscita di un numero compreso tra 1 e 6

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \Omega$$

Se lanciamo il dado ed esce 2 : gli eventi A, C, E sono verificati

Se lanciamo il dado ed esce un numero dispari :

C, E

ES. 2 $\Omega = \{T, C\}$

ES. 3 numero delle matricole di Informatica :

$$\Omega = \mathbb{N}.$$

A. nessun nuovo iscritto

B. meno di 100 iscritti : $B = [0, 100) \cap \mathbb{N}$

C. almeno 200 iscritti : $C = [200, +\infty) \cap \mathbb{N}$

Operazioni tra gli eventi

1) A, B eventi; $A \wedge B = A \cap B$ = evento intersezione

2) " " $A \vee B = A \cup B$ = evento unione

3) $\neg A = \Omega \setminus A$ = quando non si verifica A
"non A"

4) Evento impossibile $A = \phi$
certo $A = \Omega$

5) A, B mutuamente esclusivi o incompatibili se

$$A \wedge B = \phi$$

6) A implica B se $A \subseteq B$

Scelta di una carta da un mazzo di carte francesi (52)

A. un asso .

B. una carta di cuori .

C. una carta di seme rosso .

D. una carta con un numero pari .

$A \wedge B =$ un asso di cuori

$A \wedge D =$ impossibile $= \emptyset$ A, D mutuamente esclusivi

$\to B \wedge C =$ una carta di cuori $= B$

$B \vee C =$ una carta di seme rosso $= C$

$\neg D =$ una carta con un numero dispari o una figura

$B \subset C$ B implica C