

Candidato (cognome, nome e matricola):

Indicare sulla prima facciata di OGNI foglio, in alto al centro:
COGNOME, NOME, MATRICOLA, "TRACCIA A (compl/alg/ana)" prova completa: es. 1, 2, 3, 4. prova di algebra: es. 1, 2. prova di analisi: es. 3, 4.

ESERCIZIO A.1 (8 PUNTI) Calcolare il rango della matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & -2 \\ 2 & -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Alla luce del risultato ottenuto, rispondere alle seguenti domande:

- A.1.a) dire se il sistema lineare omogeneo che ha M come matrice dei coefficienti ammette soluzioni non banali, e in caso affermativo calcolarle;
 A.1.b) dire se i vettori riga di M sono linearmente indipendenti;
 A.1.c) determinare la dimensione dell'immagine e del nucleo dell'applicazione lineare associata ad M .

ESERCIZIO A.2 (8 PUNTI)

- A.2.i) Scrivere in forma algebrica e trigonometrica il numero complesso $\frac{1+5i}{2-3i}$.
 A.2.ii) Nello spazio, determinare l'equazione parametrica della retta r per i punti $P = (1, 2, 3)$ e $Q = (-1, 0, 3)$. Scrivere poi l'equazione cartesiana del piano che contiene l'origine e la retta r .

ESERCIZIO A.3 (12 PUNTI) Si consideri la funzione $f(x) = \exp\left(\frac{18(x-4)}{x^2+9}\right)$.

- A.3.i) Determinare il dominio.
 A.3.ii) Calcolare la derivata e trovare tutti i punti stazionari.
 A.3.iii) Determinare tutti i punti estremanti relativi, precisando se si tratta di massimo, minimo, flesso.
 A.3.iv) Dopo aver valutato i limiti alle estremità del dominio, stabilire se gli estremanti relativi trovati al punto precedente sono anche assoluti.
 A.3.v) Determinare l'immagine della funzione e stabilire se (e quante volte) il grafico interseca la retta orizzontale $y = 2$.

ESERCIZIO A.4 (8 PUNTI)

- A.4.a) Data la funzione $f(x) = \frac{x^3 - 2x + e^{-x}}{3x^2 + x}$, calcolare $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ e determinare il comportamento asintotico, cioè trovare una funzione elementare $g(x)$ (del tipo x^α , o e^{kx} , o $\log x$) e un numero $\ell \neq 0$ tali che $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \ell$.
 A.4.b) Calcolare l'integrale indefinito $\int \frac{6x-1}{1+3x^2} dx$.

Candidato (cognome, nome e matricola):

Indicare sulla prima facciata di OGNI foglio, in alto al centro:
 COGNOME, NOME, MATRICOLA, "TRACCIA B (compl/alg/ana)"

prova completa: es. 1, 2, 3, 4. prova di algebra: es. 1, 2. prova di analisi: es. 3, 4.

ESERCIZIO B.1 (8 PUNTI) Calcolare il rango della matrice

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \\ 2 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Alla luce del risultato ottenuto, rispondere alle seguenti domande:

- B.1.a) dire se il sistema lineare omogeneo che ha M come matrice dei coefficienti ammette soluzioni non banali, e in caso affermativo calcolarle;
- B.1.b) dire se i vettori riga di M sono linearmente indipendenti;
- B.1.c) determinare la dimensione dell'immagine e del nucleo dell'applicazione lineare associata ad M .

ESERCIZIO B.2 (8 PUNTI)

- B.2.i) Scrivere in forma algebrica e trigonometrica il numero complesso $\frac{5+i}{2+3i}$.
- B.2.ii) Nello spazio, determinare l'equazione parametrica della retta r per i punti $P = (1, 2, 3)$ e $Q = (-1, 2, 1)$. Scrivere poi l'equazione cartesiana del piano che contiene l'origine e la retta r .

ESERCIZIO B.3 (12 PUNTI) Si consideri la funzione $f(x) = \exp\left(\frac{4(3-x)}{x^2+16}\right)$.

- B.3.i) Determinare il dominio.
- B.3.ii) Calcolare la derivata e trovare tutti i punti stazionari.
- B.3.iii) Determinare tutti i punti estremanti relativi, precisando se si tratta di massimo, minimo, flesso.
- B.3.iv) Dopo aver valutato i limiti alle estremità del dominio, stabilire se gli estremanti relativi trovati al punto precedente sono anche assoluti.
- B.3.v) Determinare l'immagine della funzione e stabilire se (e quante volte) il grafico interseca la retta orizzontale $y = 2$.

ESERCIZIO B.4 (8 PUNTI)

- B.4.a) Data la funzione $f(x) = \frac{x^3 + 2x}{3x^2 - x + \log(1/x)}$, calcolare $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ e determinare il comportamento asintotico, cioè trovare una funzione elementare $g(x)$ (del tipo x^α , o e^{kx} , o $\log x$) e un numero $\ell \neq 0$ tali che $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \ell$.
- B.4.b) Calcolare l'integrale indefinito $\int \frac{10x-3}{1+5x^2} dx$.