

# Corso di Laurea in Ingegneria Informatica, Biomedica e delle Telecomunicazioni

Corso di Campi Elettromagnetici  
a.a. 2017-2018

3 Maggio 2018

# Sommario

## Proprietà del campo elettrico e del campo magnetico

Dipendenza dallo spazio e dal tempo

Sistema di riferimento

# Campo elettrico - Campo magnetico - Campo elettromagnetico

# Campo elettrico - Campo magnetico - Campo elettromagnetico

# Campo elettrico - Campo magnetico - Campo elettromagnetico

Il campo è una grandezza che dipende dalle coordinate dello spazio o, più generalmente, dello spaziotempo

# Campo elettromagnetico

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t)$$

Il campo elettrico è un vettore

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico è un vettore

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t)$$

# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico è un vettore

$$\vec{\mathbf{e}} = \vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t)$$

$$\vec{\mathbf{e}} = e_x \hat{i}_x + e_y \hat{i}_y + e_z \hat{i}_z$$

# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico è un vettore

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t)$$

$$\vec{e} = e_x \hat{i}_x + e_y \hat{i}_y + e_z \hat{i}_z$$

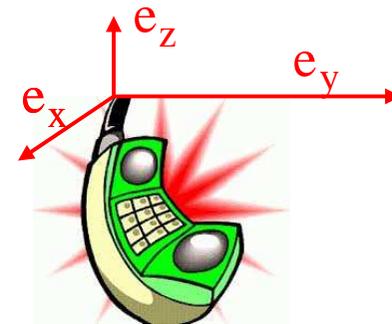


# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico è un vettore

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t)$$

$$\vec{e} = e_x \hat{i}_x + e_y \hat{i}_y + e_z \hat{i}_z$$



# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t)$$

# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$

# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$

# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



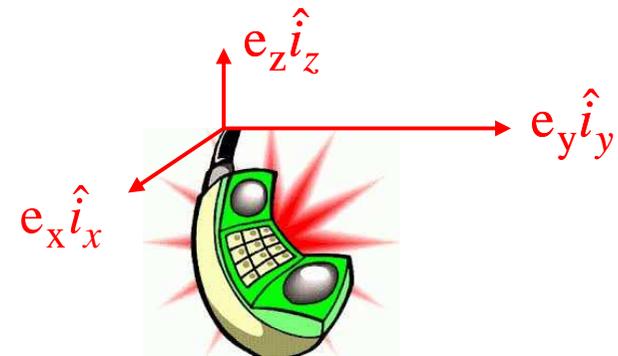
# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



$$t = t_1$$



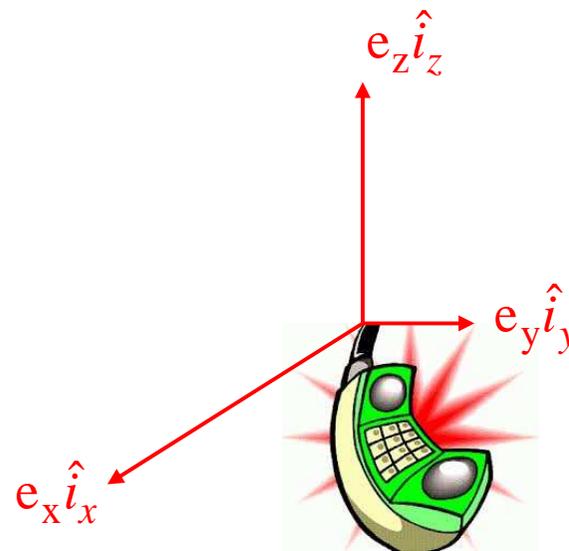
# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



$$t = t_2$$



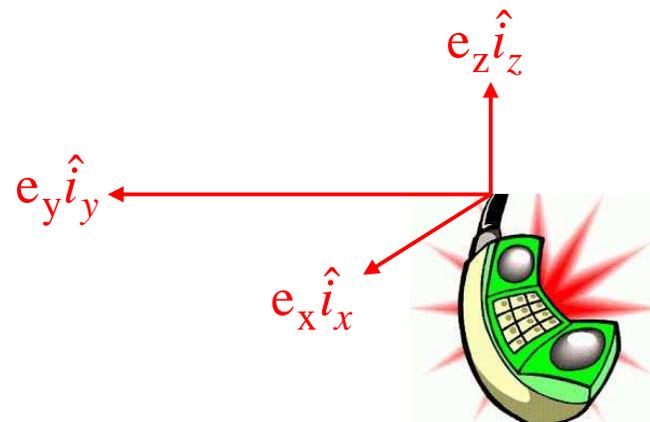
# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



$$t = t_3$$



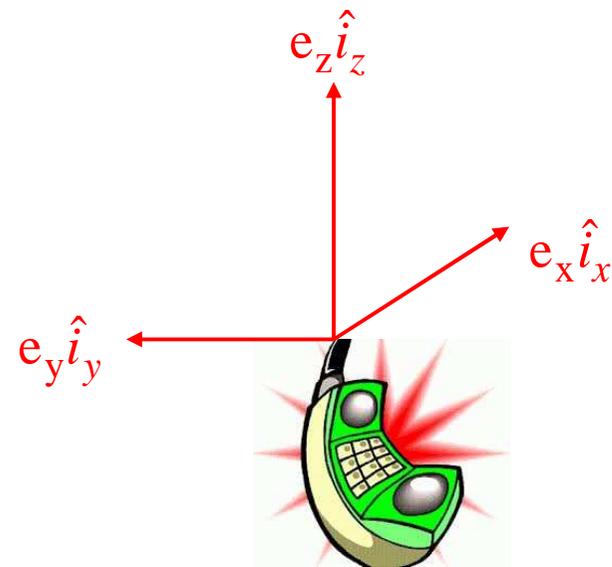
# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



$$t = t_4$$



# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

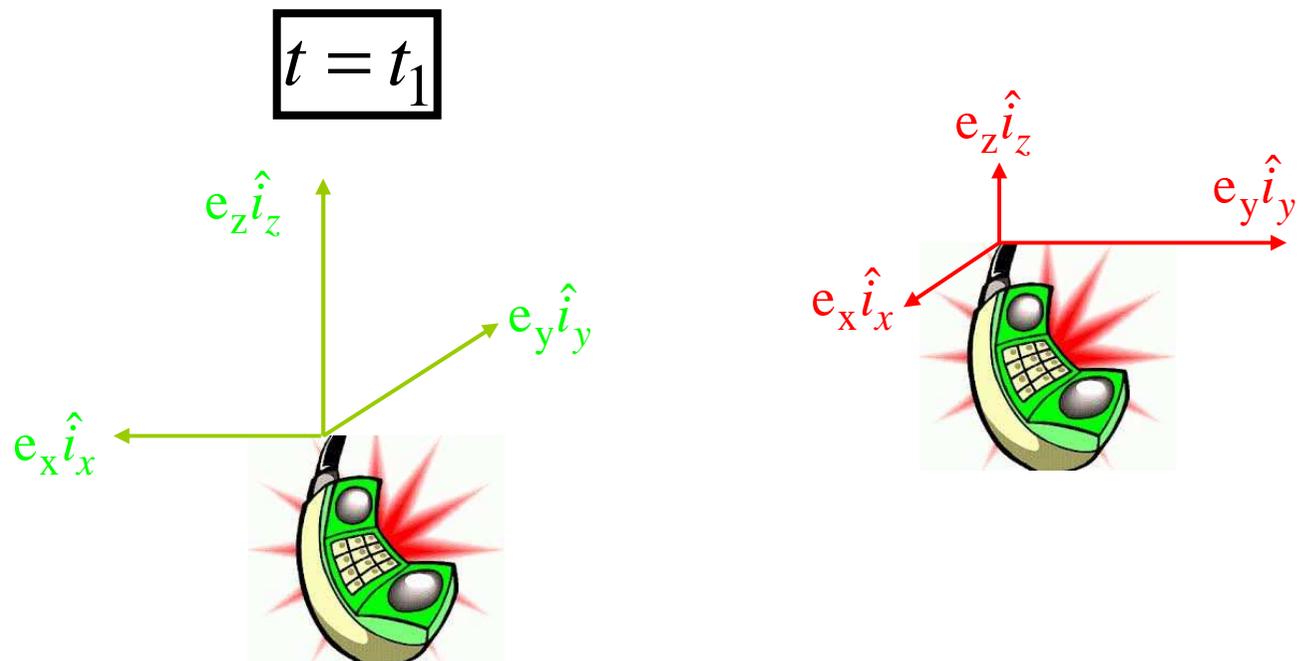
$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



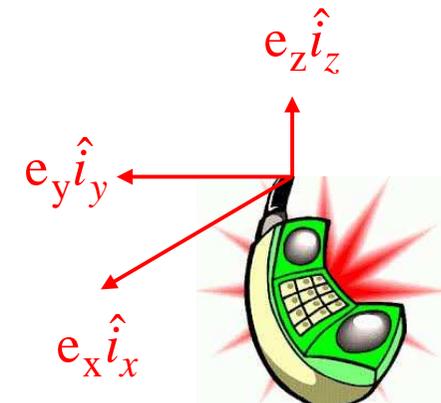
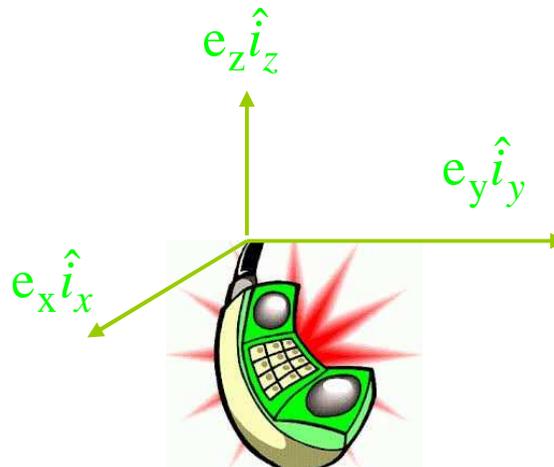
# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



$t = t_2$



# Sommario

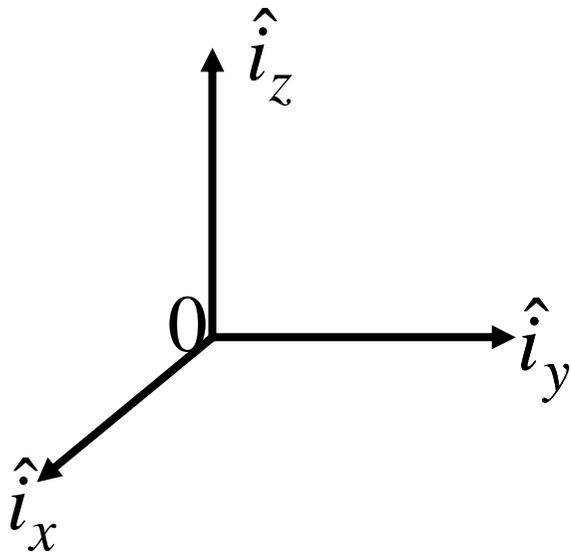
Proprietà del campo elettrico e del campo magnetico

Dipendenza dallo spazio e dal tempo

Sistema di riferimento

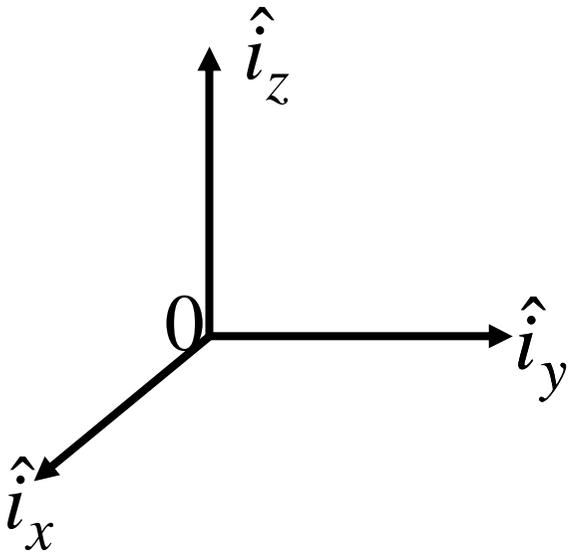
Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



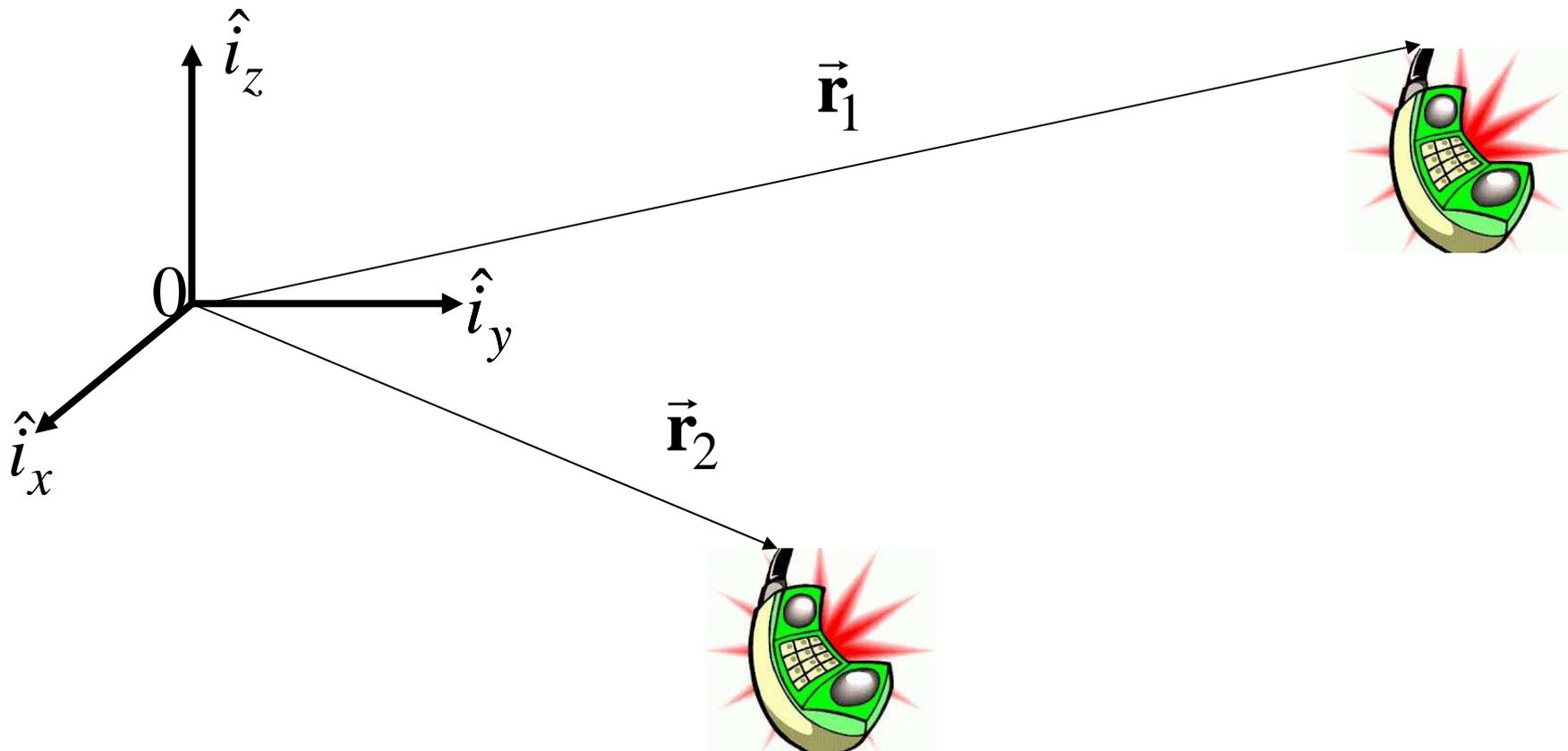
Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



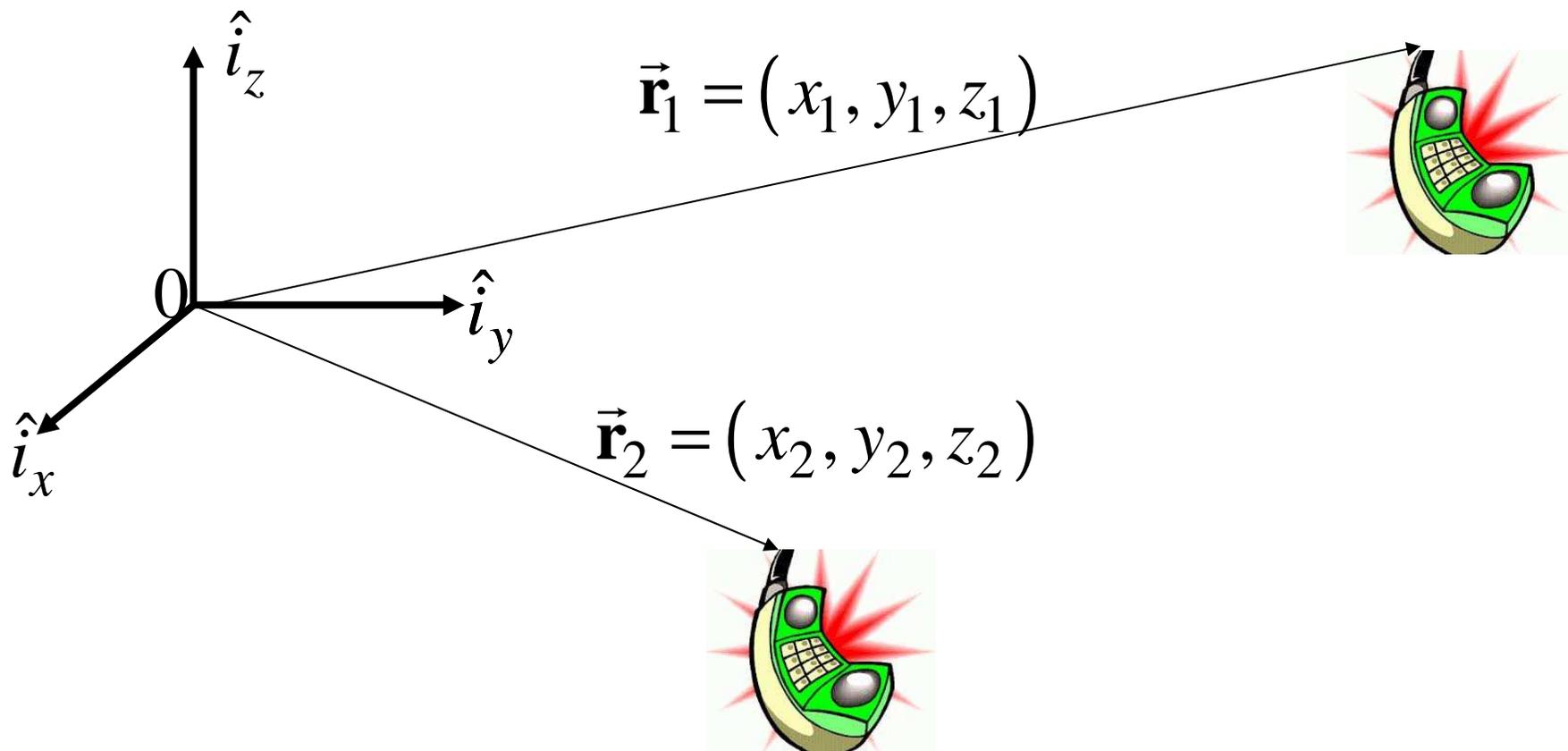
Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



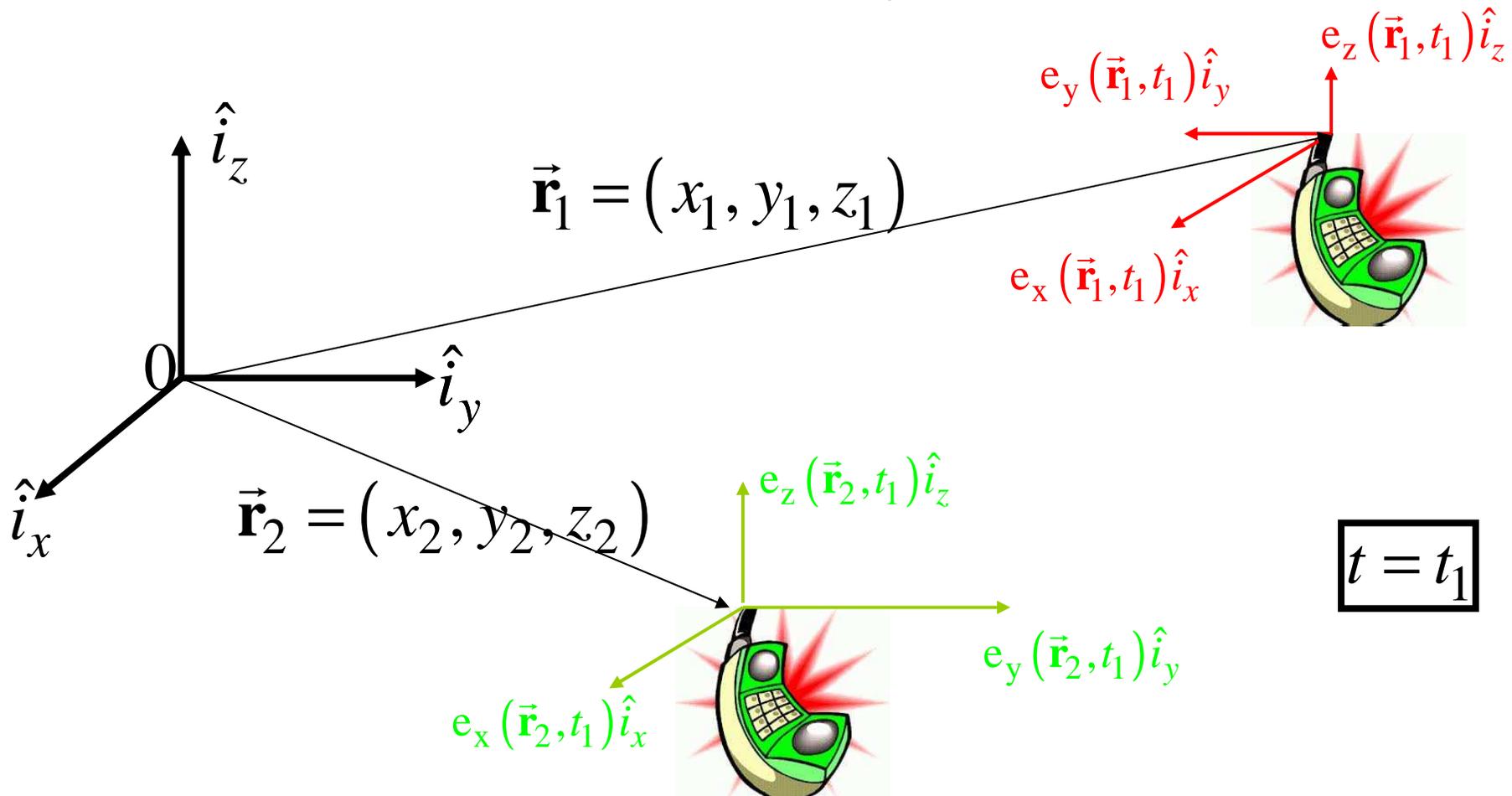
Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



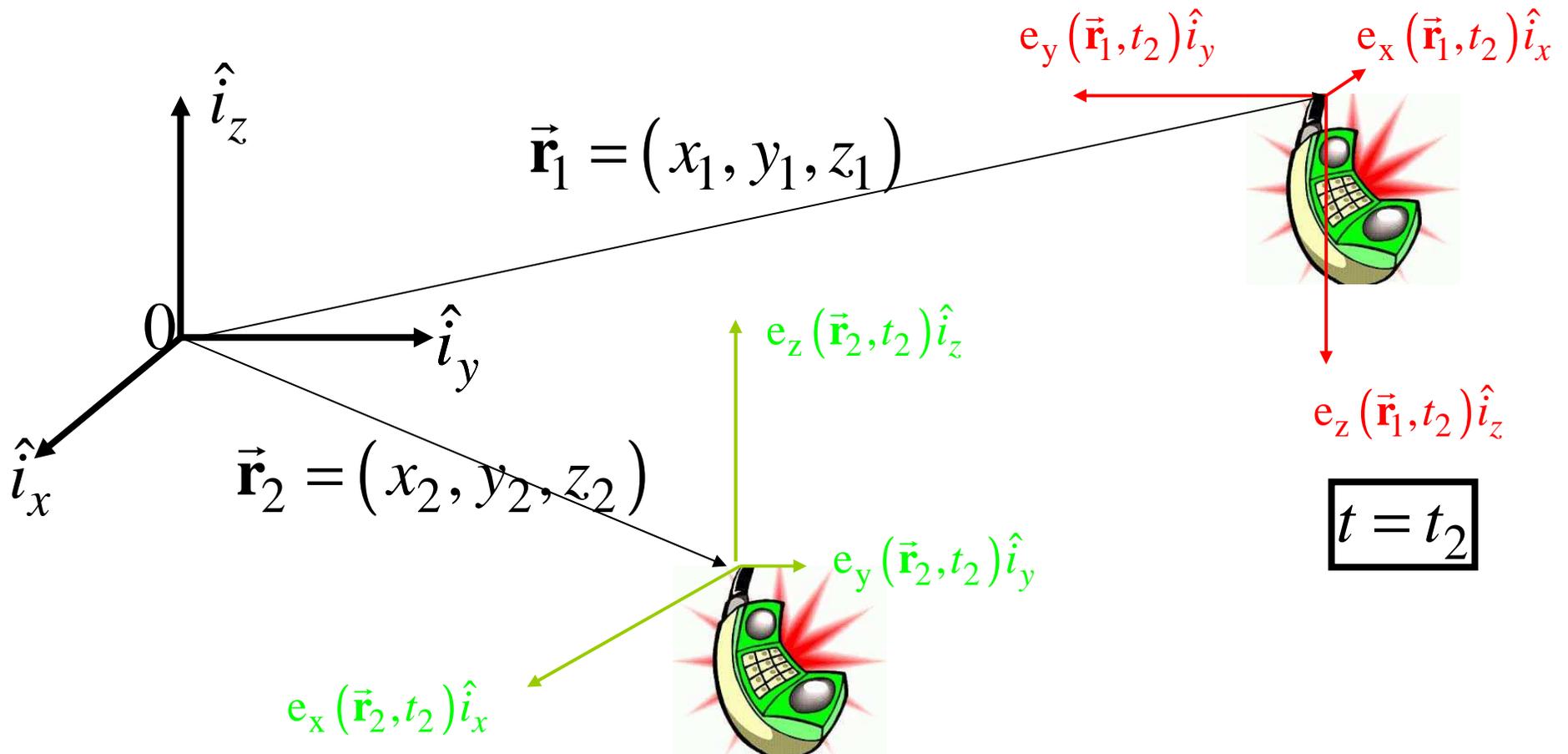
Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$



Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$

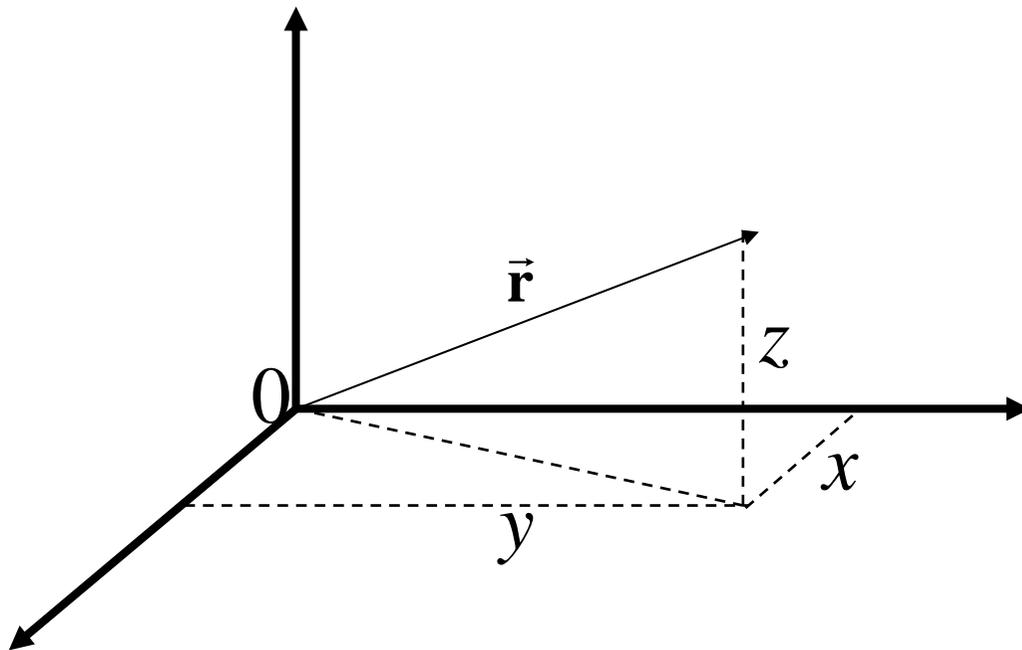


Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$

$$\vec{r} = (x, y, z)$$

Sistema di  
riferimento  
cartesiano

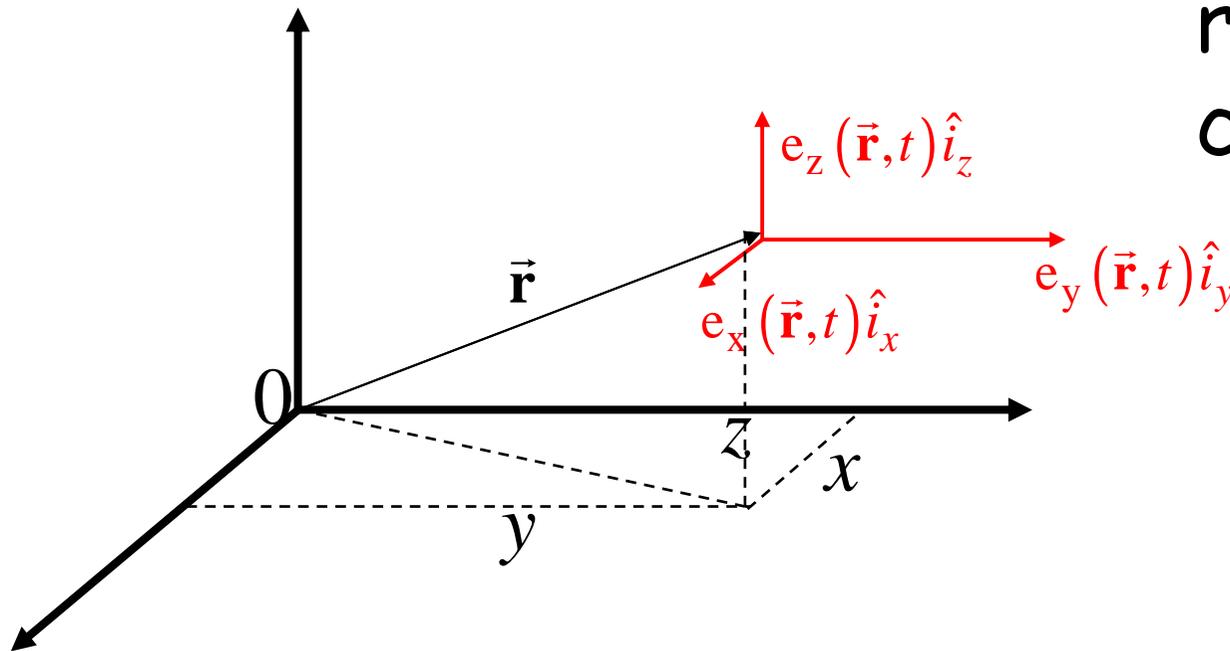


Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$

$$\vec{r} = (x, y, z)$$

Sistema di  
riferimento  
cartesiano



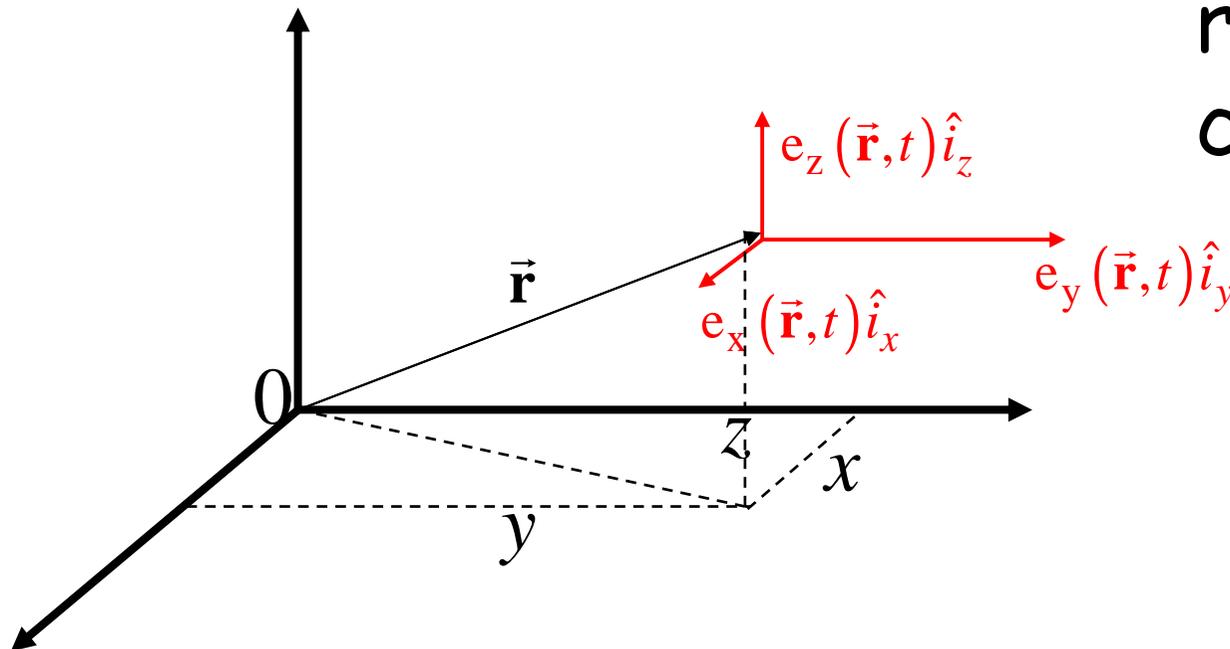
Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$

$$\vec{e} = \vec{e}(x, y, z, t)$$

$$\vec{r} = (x, y, z)$$

Sistema di riferimento cartesiano

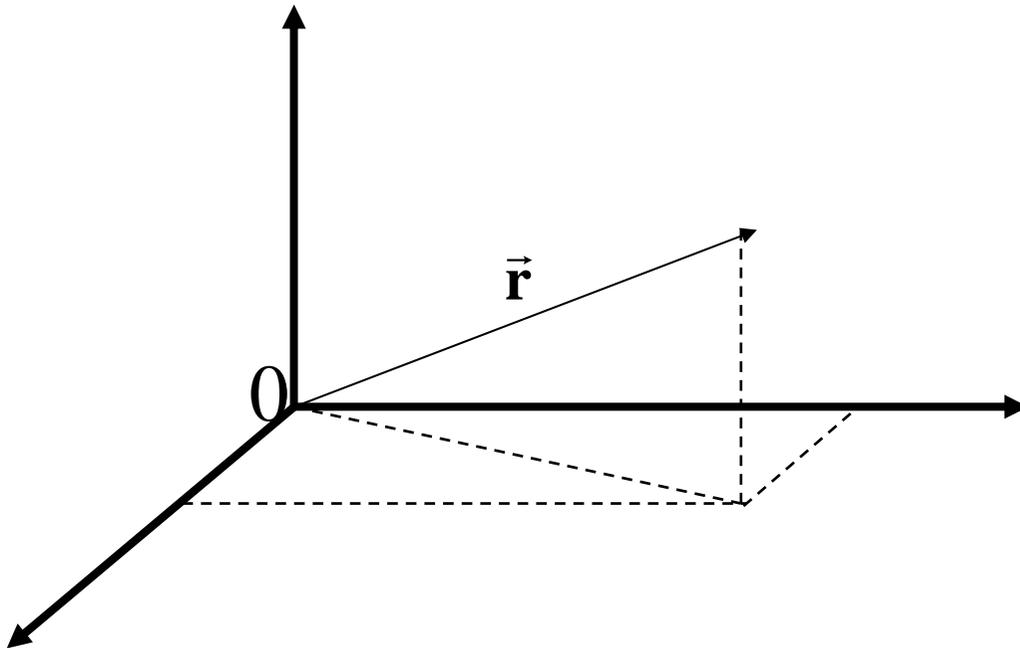


Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$

$$\vec{r} = (x, y, z)$$

Sistema di  
riferimento  
sferico



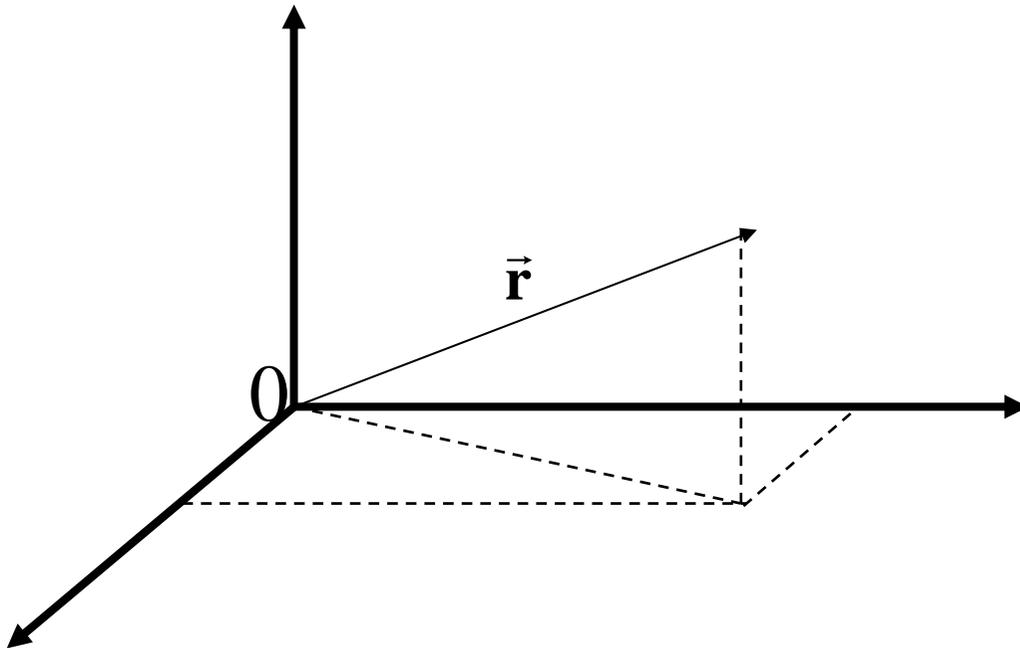
Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t)$$

~~$$\vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$~~

~~$$\vec{r} = (x, y, z)$$~~

Sistema di  
riferimento  
sferico



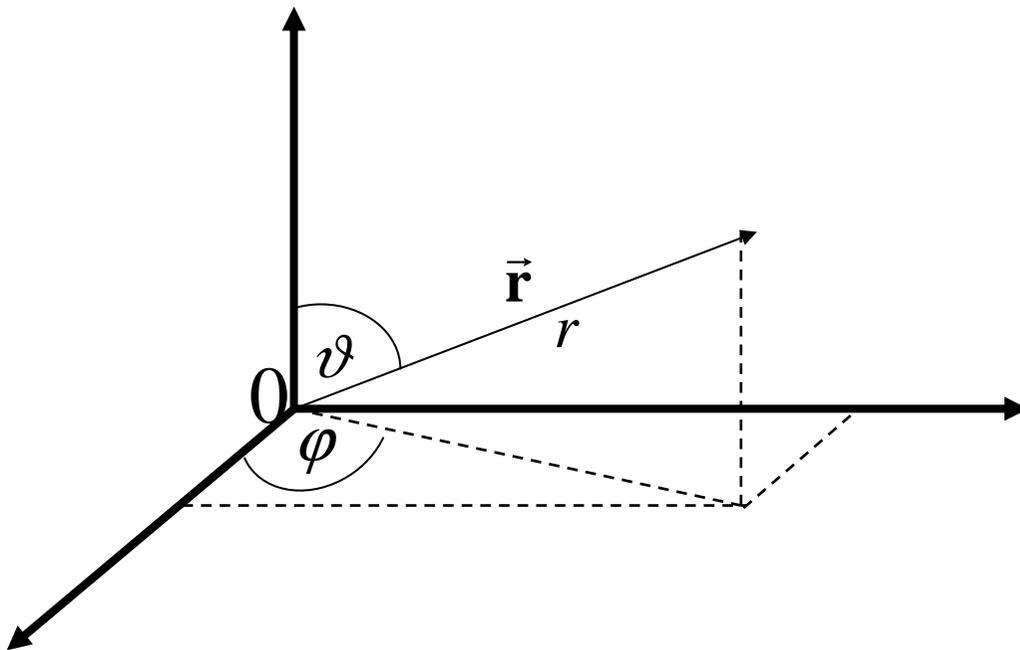
Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t)$$

~~$$\vec{e} = e_x(\vec{r}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{r}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{r}, t)\hat{i}_z$$~~

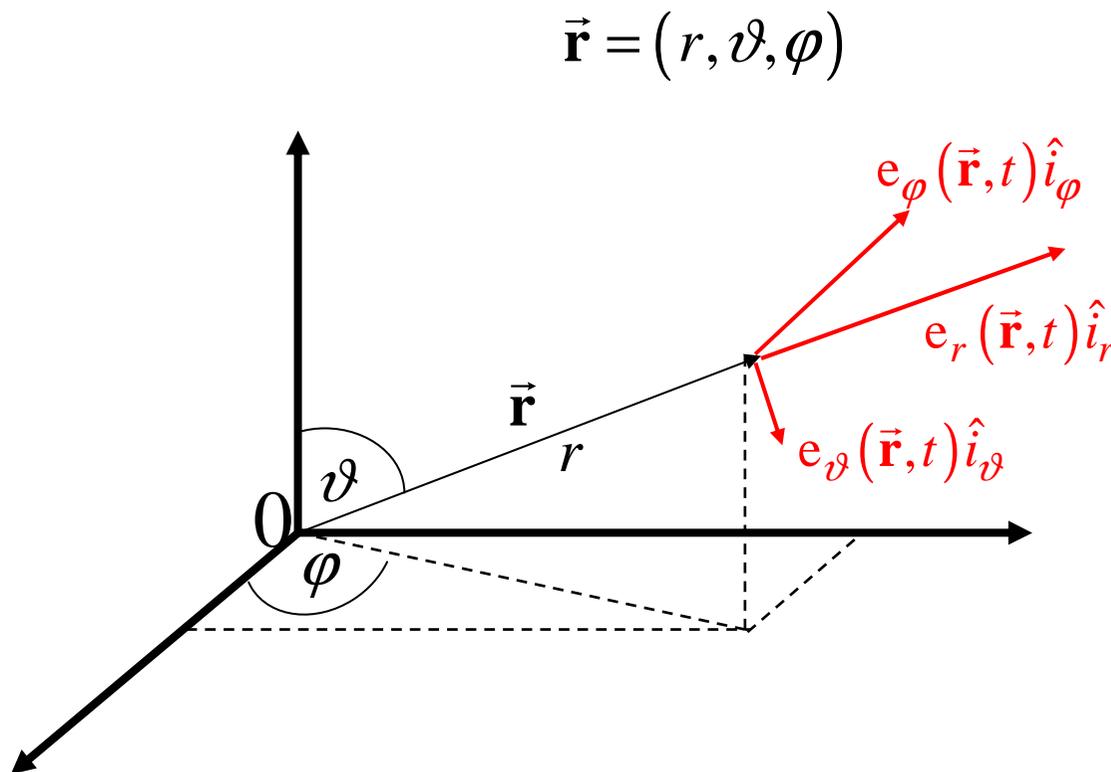
$$\vec{r} = (r, \vartheta, \varphi)$$

Sistema di  
riferimento  
sferico



Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_r(\vec{r}, t)\hat{i}_r + e_\vartheta(\vec{r}, t)\hat{i}_\vartheta + e_\varphi(\vec{r}, t)\hat{i}_\varphi$$



Sistema di riferimento sferico

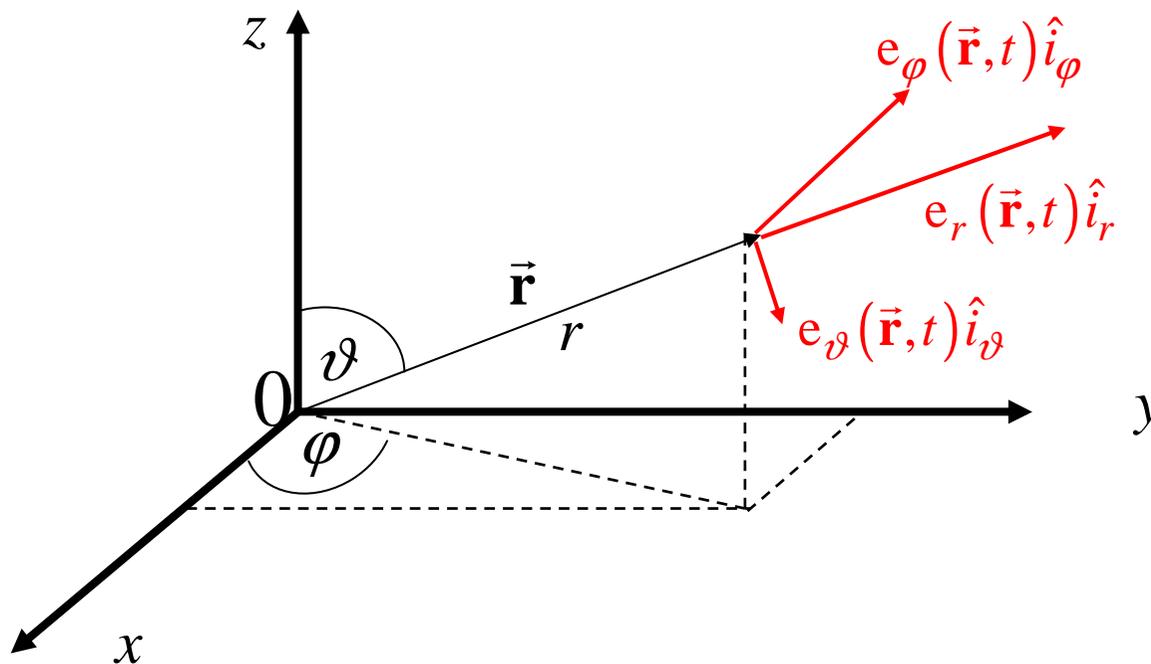
Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{e} = \vec{e}(\vec{r}, t) \quad \vec{e} = e_r(\vec{r}, t)\hat{i}_r + e_\vartheta(\vec{r}, t)\hat{i}_\vartheta + e_\varphi(\vec{r}, t)\hat{i}_\varphi$$

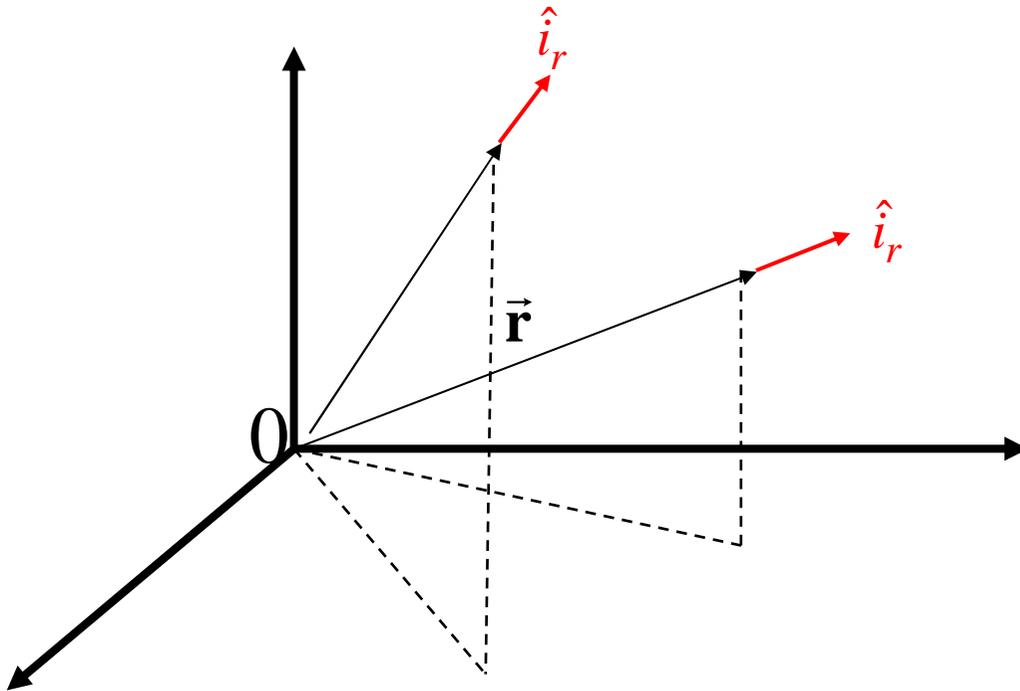
$$\vec{e} = \vec{e}(r, \vartheta, \varphi, t)$$

$$\vec{r} = (r, \vartheta, \varphi)$$

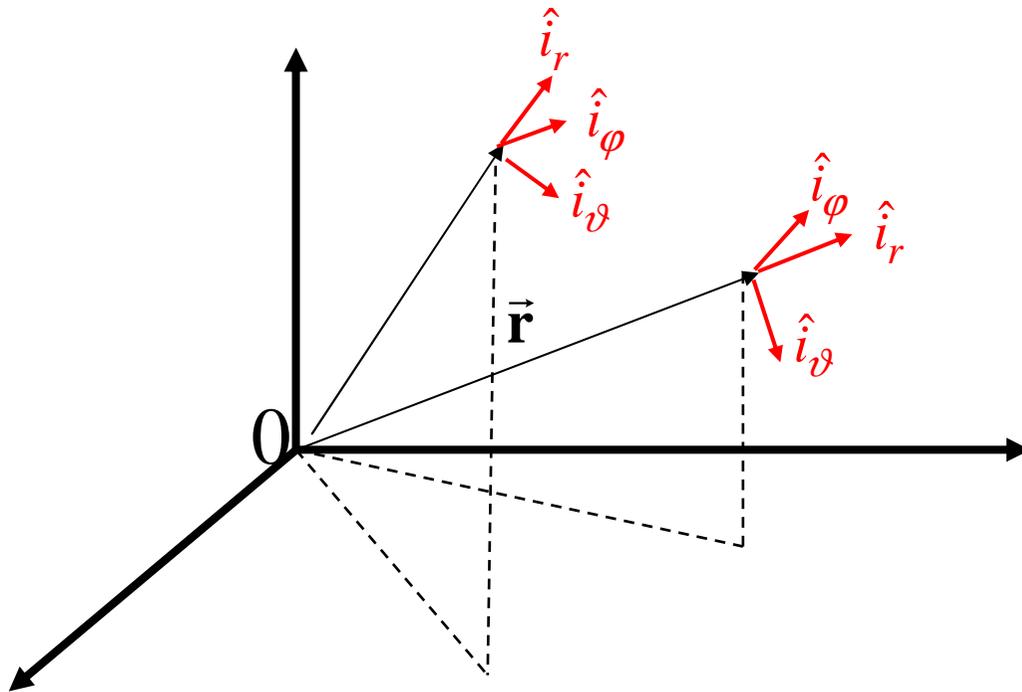
Sistema di riferimento sferico



# Sistema di riferimento sferico

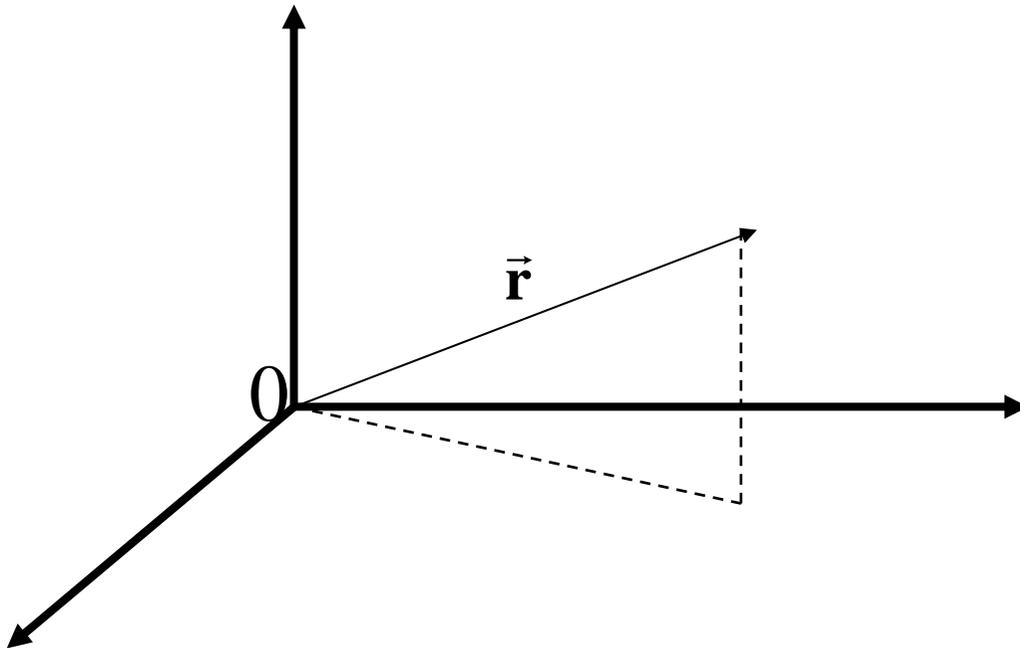


# Sistema di riferimento sferico



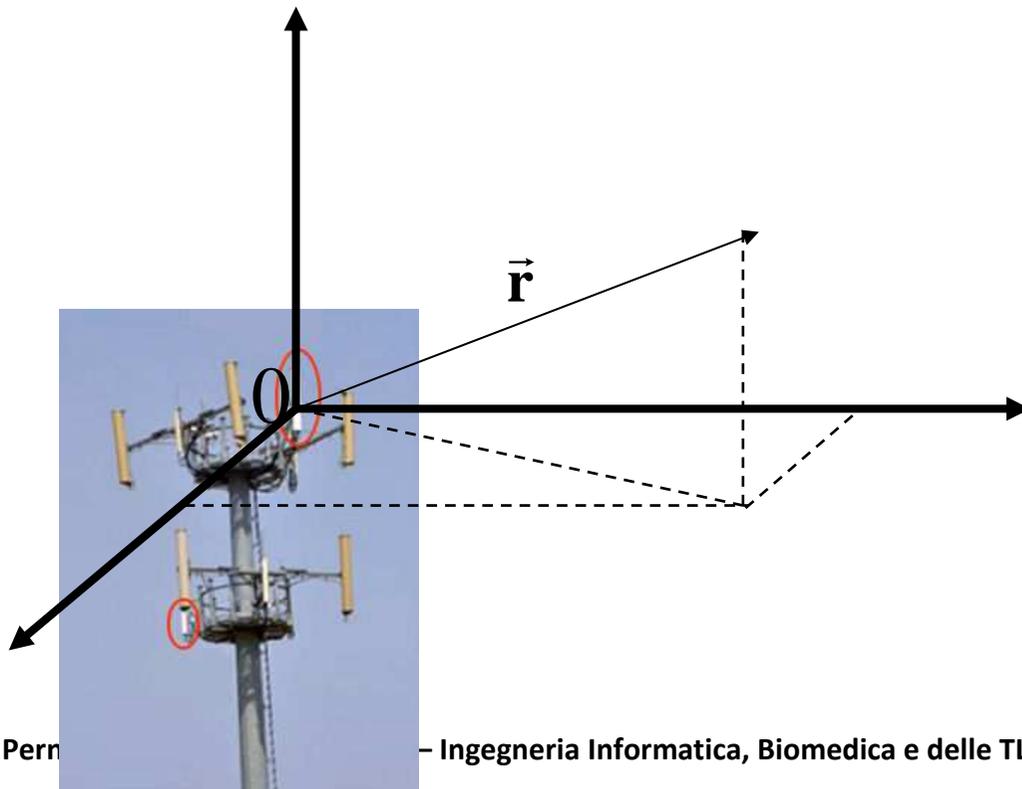
# Sistema di riferimento sferico

... è molto diffuso in problemi di elettromagnetismo



# Sistema di riferimento sferico

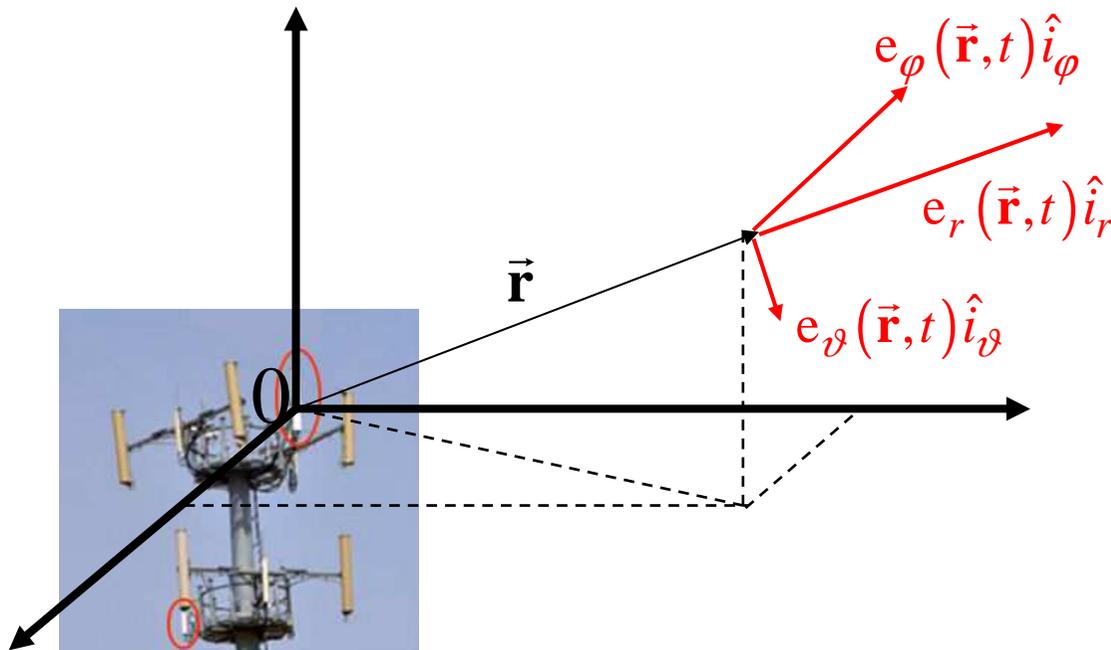
... è molto diffuso in problemi di elettromagnetismo



# Sistema di riferimento sferico

... è molto diffuso in problemi di elettromagnetismo

$$\vec{e} = e_r(\vec{r}, t)\hat{i}_r + e_\vartheta(\vec{r}, t)\hat{i}_\vartheta + e_\varphi(\vec{r}, t)\hat{i}_\varphi$$



$$\vec{r} = (r, \vartheta, \varphi)$$

# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{\mathbf{e}} = \vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t)$$
$$\vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = e_x(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_z$$
$$\vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = e_r(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_r + e_\vartheta(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_\vartheta + e_\varphi(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_\varphi$$

# Campo elettromagnetico

Il campo elettrico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{\mathbf{e}} = \vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t) \quad \vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = e_x(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_x + e_y(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_y + e_z(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_z$$
$$\vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = e_r(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_r + e_\vartheta(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_\vartheta + e_\varphi(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_\varphi$$

Il campo magnetico dipende dallo spazio e dal tempo

$$\vec{\mathbf{h}} = \vec{\mathbf{h}}(\vec{\mathbf{r}}, t) \quad \vec{\mathbf{h}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = h_x(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_x + h_y(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_y + h_z(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_z$$
$$\vec{\mathbf{h}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = h_r(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_r + h_\vartheta(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_\vartheta + h_\varphi(\vec{\mathbf{r}}, t)\hat{i}_\varphi$$

# Campo elettromagnetico

Perché si parla di campo elettromagnetico?

Il campo elettrico che fine ha fatto?

Il campo magnetico che fine ha fatto?

# Sommario

Proprietà del campo elettrico e del campo magnetico

Dipendenza dallo spazio e dal tempo

Sistema di riferimento

Proprietà del campo elettromagnetico

Equazioni di Maxwell

# Campo elettromagnetico

James Clerk Maxwell 1831-1879



$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = -\frac{\partial \vec{\mathbf{b}}(\vec{\mathbf{r}}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{\mathbf{h}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = \frac{\partial \vec{\mathbf{d}}(\vec{\mathbf{r}}, t)}{\partial t} + \vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{r}}, t) \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{d}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = \rho(\vec{\mathbf{r}}, t) \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{b}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = 0 \end{array} \right.$$

*(Il lavoro di Maxwell) ..."è stato il più profondo e il più fruttuoso che la fisica ha sperimentato dal tempo di Newton"*

Albert Einstein

# Campo elettromagnetico

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = -\mu \frac{\partial \vec{\mathbf{h}}(\vec{\mathbf{r}}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{\mathbf{h}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = \varepsilon \frac{\partial \vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t)}{\partial t} + \vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{r}}, t) \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = \frac{1}{\varepsilon} \rho(\vec{\mathbf{r}}, t) \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{h}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu : \text{permeabilità magnetica} \\ \varepsilon : \text{permittività} \\ \vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{r}}, t) : \text{densità di corrente} \\ \rho(\vec{\mathbf{r}}, t) : \text{densità di carica} \end{array} \right.$$

# Campo elettromagnetico

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{e}(\vec{r}, t) = -\mu \frac{\partial \vec{h}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{h}(\vec{r}, t) = \varepsilon \frac{\partial \vec{e}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{j}(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{e}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\varepsilon} \rho(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{h}(\vec{r}, t) = 0 \end{array} \right.$$

... nel vuoto

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Henry / m} \\ \varepsilon = 8.8 \times 10^{-12} \text{ Farad / m} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{j}(\vec{r}, t) : \text{densità di corrente} \\ \rho(\vec{r}, t) : \text{densità di carica} \end{array} \right.$$

# Campo elettromagnetico

Perché si parla di campo elettromagnetico?

Il campo elettrico che fine ha fatto?

Il campo magnetico che fine ha fatto?

Nel caso più generale in cui si rimuove l'ipotesi di stazionarietà, il campo elettrico e il campo magnetico sono strettamente legati!!

Non ha senso parlare di campo elettrico senza parlare di campo magnetico.

# Campo elettromagnetico

..chi è la causa?

... chi è l'effetto?

# Campo elettromagnetico

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{e}(\vec{r}, t) = -\mu \frac{\partial \vec{h}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{h}(\vec{r}, t) = \varepsilon \frac{\partial \vec{e}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{j}(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{e}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\varepsilon} \rho(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{h}(\vec{r}, t) = 0 \end{array} \right.$$

$\vec{j}(\vec{r}, t)$ : densità di corrente  
 $\rho(\vec{r}, t)$ : densità di carica



... solito scenario ...

# Campo elettromagnetico

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{e}(\vec{r}, t) = -\mu \frac{\partial \vec{h}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{h}(\vec{r}, t) = \varepsilon \frac{\partial \vec{e}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{j}(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{e}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\varepsilon} \rho(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{h}(\vec{r}, t) = 0 \end{cases}$$

$\vec{j}(\vec{r}, t)$ : densità di corrente  
 $\rho(\vec{r}, t)$ : densità di carica

sorgenti!!



... solito scenario ...

# Campo elettromagnetico

..chi è la causa?  $\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{r}}, t) : \text{densità di corrente della sorgente} \\ \rho(\vec{\mathbf{r}}, t) : \text{densità di carica della sorgente} \end{array} \right.$

...chi è l'effetto?  $\left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}, t) : \text{campo elettrico} \\ \vec{\mathbf{h}}(\vec{\mathbf{r}}, t) : \text{campo magnetico} \end{array} \right.$

# Campo elettromagnetico

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{e}(\vec{r}, t) = -\mu \frac{\partial \vec{h}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{h}(\vec{r}, t) = \varepsilon \frac{\partial \vec{e}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{j}(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{e}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\varepsilon} \rho(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{h}(\vec{r}, t) = 0 \end{cases}$$

$\vec{j}(\vec{r}, t)$ : densità di corrente  
 $\rho(\vec{r}, t)$ : densità di carica

sorgenti!!



... scenario più complicato ...



# Campo elettromagnetico

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{e}(\vec{r}, t) = -\mu \frac{\partial \vec{h}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{h}(\vec{r}, t) = \varepsilon \frac{\partial \vec{e}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{j}(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{e}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\varepsilon} \rho(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{h}(\vec{r}, t) = 0 \end{cases}$$

$\vec{j}(\vec{r}, t)$  : densità di corrente  
 $\rho(\vec{r}, t)$  : densità di carica

**sorgenti!!**



... scenario più complicato ...

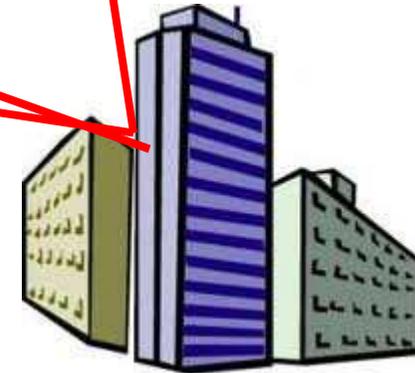


# Campo elettromagnetico

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{e}(\vec{r}, t) = -\mu \frac{\partial \vec{h}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{h}(\vec{r}, t) = \varepsilon \frac{\partial \vec{e}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{j}(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{e}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\varepsilon} \rho(\vec{r}, t) \\ \nabla \cdot \vec{h}(\vec{r}, t) = 0 \end{cases}$$

$\vec{j}(\vec{r}, t)$ : densità di corrente  
 $\rho(\vec{r}, t)$ : densità di carica

**sorgenti!!**



... scenario più complicato ...

