

## Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 17/04/2020.

**Istruzioni:** gli studenti dovranno svolgere l'esercizio corrispondente al numero risultante dall'applicazione del seguente algoritmo:

1. si sommino le ultime tre cifre della propria matricola (ad esempio:  $555 \rightarrow x = 5 + 5 + 5 = 15$ );
2. si moltiplichino tale somma per 2 e poi si sottragga 5 (cioè:  $y = x * 2 - 5 = 30 - 5 = 25$ );
3. se  $y \leq 10$ , allora lo studente dovrà svolgere l'esercizio 1;
4. se  $10 < y \leq 20$ , allora lo studente dovrà svolgere l'esercizio 2;
5. se  $y > 20$ , allora lo studente dovrà svolgere l'esercizio 3.

Il tempo a disposizione per lo svolgimento della prova è di 45 minuti.

NON è consentita la consultazione di libri e appunti su qualsiasi supporto (cartaceo o elettronico).

Al termine della prova, gli studenti dovranno inviare la scansione del proprio elaborato per posta elettronica agli indirizzi: [darsena@uniparthenope.it](mailto:darsena@uniparthenope.it); [donatella.darsena@gmail.com](mailto:donatella.darsena@gmail.com); [antonio.napolitano@uniparthenope.it](mailto:antonio.napolitano@uniparthenope.it).

### ESERCIZIO 1

#### Parte A

Sia  $X$  una variabile aleatoria uniforme nell'intervallo  $[-1, 1]$ . Siano, inoltre,  $A$ ,  $B$  e  $C$  tre eventi così definiti:  $A \triangleq \{X < 0\}$ ,  $B \triangleq \{|X - 0.5| < 1\}$  e  $C \triangleq \{X > 0.75\}$ . Determinare le probabilità di  $B$ ,  $A \cap B$  e  $A \cup B$ .

#### Parte B

Si consideri il segnale aleatorio  $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \Theta)$ , dove  $A \geq 0$  e  $f_0 \neq 0$  sono costanti deterministiche, e  $\Theta \sim U(0, \pi)$ .

- (a) Disegnare alcune realizzazioni del segnale aleatorio.
- (b) Calcolare la caratterizzazione sintetica di  $x(t)$  e stabilire se è SSL.

### ESERCIZIO 2

#### Parte A

Un esperimento aleatorio ammette quattro possibili risultati mutuamente esclusivi  $A_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , ed un secondo esperimento ha tre possibili risultati mutuamente esclusivi  $B_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ . Le probabilità congiunte  $P(A_i, B_j)$  sono

$$\begin{aligned} P(A_1, B_1) &= 0.10 & P(A_1, B_2) &= 0.08 & P(A_1, B_3) &= 0.13 \\ P(A_2, B_1) &= 0.05 & P(A_2, B_2) &= 0.03 & P(A_2, B_3) &= 0.09 \\ P(A_3, B_1) &= 0.05 & P(A_3, B_2) &= 0.12 & P(A_3, B_3) &= 0.14 \\ P(A_4, B_1) &= 0.11 & P(A_4, B_2) &= 0.04 & P(A_4, B_3) &= 0.06 \end{aligned}$$

Determinare le probabilità  $P(A_i)$ , per  $i = 1, 2, 3, 4$ , e  $P(B_j)$ , per  $j = 1, 2, 3$ .

#### Parte B

Si consideri il segnale aleatorio  $x(t) = A \cos(2\pi F_0 t)$ , dove  $F_0 \sim U(0, 1)$  e  $A \sim U(-1, 1)$ , con  $F_0$  e  $A$  indipendenti tra loro.

- (a) Disegnare alcune realizzazioni del segnale aleatorio.
- (b) Calcolare la caratterizzazione sintetica di  $x(t)$  e stabilire se è SSL.

### ESERCIZIO 3

#### Parte A

La pdf congiunta di due variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  è data da:

$$f_{XY}(x, y) = \frac{6}{7} \left( x^2 + \frac{xy}{2} \right) \quad 0 < x < 1, 0 < y < 2.$$

Calcolare  $P(X > Y)$ .

#### Parte B

Si consideri il segnale aleatorio  $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$ , dove  $f_0 \neq 0$  è una costante e  $A \sim U(-1, 1)$ .

- (a) Disegnare alcune realizzazioni del segnale aleatorio.
- (b) Calcolare la caratterizzazione sintetica di  $x(t)$  e stabilire se è SSL.