

# PFA

**Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 13.01.2020.**  
**Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.**

## **ESERCIZIO 1** (10 punti)

Un satellite per telecomunicazioni è posto in orbita intorno alla terra. Sia  $p = 0.1$  la probabilità che il satellite sia messo fuori uso nel corso di un anno.

- (a) Calcolare la probabilità che il satellite viva  $n$  anni.
- (b) Calcolare la probabilità che nel corso dei primi 10 anni il satellite sia messo definitivamente fuori uso.
- (c) Determinare quanti anni devono passare dalla messa in orbita affinché la probabilità che il satellite sia messo definitivamente fuori uso sia superiore a 0.99.

## **ESERCIZIO 2** (10 punti)

Siano  $X$  e  $Y$  due variabili aleatorie a media nulla, varianze  $\sigma_X^2$  e  $\sigma_Y^2$ , e coefficiente di correlazione  $\rho$ . Si consideri la variabile aleatoria  $V = aX - Y$ , dove  $a \in \mathbb{R}$  è un parametro deterministico.

- (a) Determinare la varianza di  $V$  in funzione di  $\sigma_X^2$ ,  $\sigma_Y^2$ ,  $\rho$  e  $a$ .
- (b) Determinare il valore di  $a$  che rende minima la varianza di  $V$  precedentemente calcolata.
- (c) Utilizzando il valore di  $a$  precedentemente determinato, calcolare il valore minimo della varianza di  $V$ .

## **ESERCIZIO 3** (10 punti)

Sia  $x(t)$  un segnale aleatorio reale SSL, a media nulla, con funzione di autocorrelazione  $r_x(\tau) = e^{-|\tau|/T}$ , e si consideri il segnale aleatorio  $y(n) = x(nT_c)$  con  $T_c = T \ln(4)$ .

- (a) Caratterizzare sinteticamente  $y(n)$ .
- (b) Calcolare la potenza di  $y(n)$ .
- (c) Calcolare la densità spettrale di potenza (PSD) di  $y(n)$ .