

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 23.12.2019.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

I componenti prodotti da una certa ditta possono presentare due tipi di difetti, con percentuali del 3% e 7% rispettivamente. I due tipi di difettosità si possono produrre in momenti diversi della produzione per cui si può assumere che le presenze dell'uno o dell'altro siano indipendenti tra loro.

- (a) Qual è la probabilità che un componente presenti entrambi i difetti?
- (b) Qual è la probabilità che un componente sia difettoso (cioè che presenti almeno uno dei due difetti)?
- (c) Qual è la probabilità che il componente presenti il difetto 1, sapendo che esso è difettoso?
- (d) Qual è la probabilità che esso presenti uno solo dei due difetti sapendo che esso è difettoso?

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Sia X una variabile aleatoria Gaussiana con media nulla e varianza unitaria. Si sottoponga X alla seguente trasformazione:

$$g(x) = \begin{cases} -2, & x \leq -2; \\ x, & -2 < x \leq 0; \\ x^2, & x > 0. \end{cases}$$

- (a) Si determini la pdf $f_Y(y)$ della variabile aleatoria $Y = g(X)$;
- (b) si verifichi che la funzione $f_Y(y)$ precedentemente calcolata è una valida pdf.

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Si consideri il segnale

$$x(t) = \alpha g(t),$$

dove $g(t)$ un processo Gaussiano SSL, a media nulla e funzione di autocorrelazione $r_g(\tau) = \sigma^2 e^{-|\tau|}$, e α una variabile aleatoria uniforme in $[0, 1]$, indipendente da $g(t)$. Calcolare media e funzione di autocorrelazione di $x(t)$.