

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 11.11.2019.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Un'urna contiene 100 palline numerate da 1 a 100. Ne vengono estratte 5 con rimpiazzo. Qual è la probabilità che tra le palline estratte ve ne siano almeno due uguali?

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Un punto è scelto a caso sul piano cartesiano; indichiamo con (X, Y) la coppia delle sue coordinate, la cui pdf congiunta è data da

$$f_{XY}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right).$$

Sia Z la variabile aleatoria che indica la distanza del punto dall'origine. Calcolare:

- (a) la pdf di Z ;
- (b) la probabilità che il punto si trovi all'esterno del cerchio avente centro nell'origine degli assi e raggio unitario.

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Sia a_n una sequenza di variabili aleatorie statisticamente indipendenti ed equiprobabili, ciascuna delle quali assume i valori ± 1 , e sia $b_n \triangleq a_n + a_{n-1}$. Si consideri il segnale PAM $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n p(t - nT)$, dove $p(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T} - 0.5\right)$. Calcolare la densità spettrale di potenza (PSD) del segnale $x(t)$.