

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 16.05.2019.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Un'urna contiene 112 dadi di cui 56 (cioè la metà) sono equilibrati, mentre gli altri sono stati manipolati in modo che, per ciascuno di essi, la probabilità di ottenere 1 sia $1/2$, mentre ogni altro risultato si verifica con probabilità $1/10$. Un dado è estratto a caso e lanciato; indichiamo con X la variabile aleatoria che modella il risultato del lancio.

- Calcolare la probabilità di ottenere 3.
- Determinare DF, pdf e CDF della variabile aleatoria X .
- Calcolare $\mathbb{E}[X]$.

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Sia $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma = 4)$ una variabile aleatoria Gaussiana e sia $Y = g(X)$ la variabile aleatoria ottenuta da X mediante la seguente trasformazione:

$$g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0; \\ x, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

- Determinare la pdf di Y ;
- calcolare $P(Y = 1)$.

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Il segnale aleatorio gaussiano SSL $x(t)$ con media nulla e funzione di autocorrelazione statistica $r_x(\tau) = \delta(\tau)$ è posto in ingresso a due sistemi LTI con risposte impulsive $h_1(t) = \text{rect}\left(\frac{t-T/2}{T}\right)$ e $h_2(t) = \text{rect}\left(\frac{t-T}{T}\right)$, rispettivamente.

- Valutare la funzione di autocorrelazione statistica dei segnali $y_1(t)$ e $y_2(t)$ all'uscita dei due sistemi e la loro funzione di mutua correlazione statistica.
- Determinare la pdf congiunta delle variabili aleatorie $y_1(t_1)$ e $y_2(t_1)$.