

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 07.03.2019.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

I risultati di un esperimento aleatorio sono numeri interi equiprobabili tra 1 e 20 (estremi inclusi). Si considerino i seguenti eventi:

$A = \{\text{il numero è pari}\}$

$B = \{\text{il numero è divisibile per 5}\}$

$C = \{\text{il numero è maggiore di 5}\}$

$D = \{\text{il numero è un quadrato perfetto}\}$

Individuare gli eventi AB , BC , $A \cup B$, $A\bar{D}$ e calcolarne le probabilità.

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Sia (X, Y) una coppia di variabili aleatorie con pdf congiunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k e^{-k(x+y)}, & x \geq 0, y \geq 0; \\ 0, & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare il valore della costante k ;
- (b) calcolare la $\text{Cov}(X + Y, X - Y)$.

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Un processo aleatorio $X(n)$, a media nulla e funzione di autocorrelazione $r_X(m) = (1/2)^{|m|}$, è posto in ingresso ad un sistema LTI caratterizzato dalla seguente relazione ingresso-uscita:

$$Y(n) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}X(n-1) + X(n) + \frac{1}{2}X(n+1) \right].$$

Con riferimento al segnale di uscita $Y(n)$, calcolare:

- (a) la media μ_Y ;
- (b) la funzione di autocorrelazione $r_Y(m)$;
- (c) la densità spettrale di potenza $S_Y(\nu)$;
- (d) la potenza P_Y .