

# PFA

**Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 19.02.2019.**  
**Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.**

## **ESERCIZIO 1** (10 punti)

Siano  $X$  ed  $Y$  due variabili aleatorie congiuntamente Gaussiane, con parametri  $\mu_X = \mu_Y = 1$ ,  $\sigma_X^2 = 4$ ,  $\sigma_Y^2 = 9$  e  $\rho = -1/2$ . Determinare la pdf di  $Z = 2X + 3Y$ .

## **ESERCIZIO 2** (10 punti)

Siano  $(X, Y)$  due variabili aleatorie aventi pdf congiunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} ky, & \text{in } D; \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq (1 - |x|)\}$  è un dominio di  $\mathbb{R}^2$ .

- Disegnare il dominio  $D$  e determinare il valore della costante  $k$ .
- Utilizzando il valore di  $k$  individuato al punto precedente, determinare le pdf marginali di  $X$  e  $Y$  e verificare che si tratti di valide pdf.

## **ESERCIZIO 3** (10 punti)

Si consideri il seguente segnale aleatorio

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n s(t - nT)$$

dove  $a_n$  è una sequenza di variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite che assumono i valori  $\pm 1$  con uguale probabilità. Calcolare  $\mathbb{E}[x^2(t)]$  e mostrare che è un segnale periodico di periodo  $T$ .