

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 22.01.2019.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Una scatola contiene 10 monete, delle quali 8 sono equilibrate, mentre le altre 2 danno testa (T) con probabilità $2/3$ e croce (C) con probabilità $1/3$.

- (a) Qual è la probabilità che una moneta scelta a caso tra le 10 e lanciata tre volte dia TTT?
- (b) Una moneta scelta a caso viene lanciata tre volte e si ottiene TTT.
 - (b1) È più probabile che sia equilibrata o no?
 - (b2) Qual è la probabilità che anche un quarto lancio dia T?

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Siano X e Y due variabili aleatorie caratterizzate dalla seguente pdf congiunta:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \beta xy & \forall (x, y) \in D, \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, -u(-x) \leq y \leq u(x)\}$.

- (a) Disegnare il dominio D e determinare il valore della costante β .
- (b) Determinare le pdf marginali di X e Y e verificare che si tratti di valide pdf.
- (c) Calcolare i valori di $P(X > Y)$, $P(X = Y)$, $P(X < Y)$.

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Sia $X(t)$ un processo aleatorio Gaussiano WSS, avente funzione di autocorrelazione $R_X(\tau) = N_0 \text{sinc}(B\tau)$. Si ricavi la pdf del primo ordine $f_Y(y; t)$ del processo aleatorio $Y(t) = X(t) - X(t - T)$.