

# PFA

**Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 14.06.2018**  
**Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri**

## **ESERCIZIO 1** (10 punti)

Una scatola contiene 10 monete; 8 di queste sono equilibrate, mentre le altre 2 danno testa (T) con probabilità  $2/3$  e croce (C) con probabilità  $1/3$ .

- (a) Qual è la probabilità che una moneta scelta a caso tra le 10 e lanciata tre volte dia TTT?
- (b) Una moneta scelta a caso viene lanciata tre volte e si ottiene TTT.
  - (b1) È più probabile che sia equilibrata o no?
  - (b2) Qual è la probabilità che anche un quarto lancio dia T?

## **ESERCIZIO 2** (10 punti)

Siano  $(X, Y)$  due variabili aleatorie aventi pdf congiunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} ky, & \text{in } D; \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq (1 - |x|)\}$  un dominio di  $\mathbb{R}^2$ .

- a) Disegnare il dominio  $D$  e determinare il valore della costante  $k$ .
- b) Utilizzando il valore di  $k$  individuato al punto precedente, determinare le pdf marginali di  $X$  e  $Y$  e verificare che si tratti di valide pdf.

## **ESERCIZIO 3** (10 punti)

Sia  $\alpha_n$  una sequenza di vv.aa. statisticamente indipendenti, ciascuna delle quali assume i valori  $\pm 1$  con probabilità  $P(1) = P(-1) = 1/2$ , e sia  $\beta_n \triangleq \alpha_n + \alpha_{n-1}$ . Si consideri il segnale PAM  $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \beta_n p(t - nT)$ , con  $p(t) = \text{rect}(t/T - 1/2)$ . Calcolare la PSD del segnale  $x(t)$ .