

PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 14.06.2018
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Una scatola contiene 10 monete; 8 di queste sono equilibrate, mentre le altre 2 danno testa (T) con probabilità $2/3$ e croce (C) con probabilità $1/3$.

- (a) Qual è la probabilità che una moneta scelta a caso tra le 10 e lanciata tre volte dia TTT?
- (b) Una moneta scelta a caso viene lanciata tre volte e si ottiene TTT.
 - (b1) È più probabile che sia equilibrata o no?
 - (b2) Qual è la probabilità che anche un quarto lancio dia T?

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Siano (X, Y) due variabili aleatorie aventi pdf congiunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} ky, & \text{in } D; \\ 0, & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq (1 - |x|)\}$ un dominio di \mathbb{R}^2 .

- a) Disegnare il dominio D e determinare il valore della costante k .
- b) Utilizzando il valore di k individuato al punto precedente, determinare le pdf marginali di X e Y e verificare che si tratti di valide pdf.

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Sia α_n una sequenza di vv.aa. statisticamente indipendenti, ciascuna delle quali assume i valori ± 1 con probabilità $P(1) = P(-1) = 1/2$, e sia $\beta_n \triangleq \alpha_n + \alpha_{n-1}$. Si consideri il segnale PAM $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \beta_n p(t - nT)$, con $p(t) = \text{rect}(t/T - 1/2)$. Calcolare la PSD del segnale $x(t)$.