PFA

Prova scritta di Probabilità e Fenomeni Aleatori del 10.05.2018.
Tempo: 2 ore. NON è consentito l'uso di libri ed appunti propri.

ESERCIZIO 1 (10 punti)

Un'urna contiene 5 palline bianche e 10 palline nere. Si consideri il seguente esperimento aleatorio: si lancia un dado ben bilanciato ed un numero di palline pari al risultato del lancio del dado è estratto senza sostituzione dall'urna.

(a) Qual è la probabilità che tutte le palline estratte dall'urna siano bianche?

(b) Qual è la probabilità condizionale che il lancio del dado abbia dato come risultato 3 se tutte le palline estratte sono bianche?

ESERCIZIO 2 (10 punti)

Sia X una variabile aleatoria uniformemente distribuita nell'intervallo $(-1, 1)$. Calcolare:

(a) $\mathrm{P}(|X| > 1/2)$;

(b) la funzione di densità di probabilità (pdf) della variabile aleatoria $Z = |X|$.

ESERCIZIO 3 (10 punti)

Si consideri il segnale aleatorio

$$x(t) = x_c(t)\,\cos(2\pi f_c t + \Theta) - x_s(t)\,\sin(2\pi f_c t + \Theta)\,,$$

dove $f_c \gg W > 0$ è la frequenza portante del segnale, $x_c(t)$ e $x_s(t)$ sono processi aleatori congiuntamente SSL, con funzioni di autocorrelazione statistica $r_{x_c}(\tau) = r_{x_c}(\tau) = \mathrm{sinc}(2W\tau)$ e funzione di mutua correlazione statistica $r_{x_c x_s}(\tau) \equiv 0$, e Θ è una variabile aleatoria uniformemente distribuita in $(0, 2\pi)$, statisticamente indipendente da $x_c(t)$ e $x_s(t)$.

(a) Calcolare la funzione di autocorrelazione $r_x(\tau)$ e la PSD di $x(t)$.

(b) Il segnale $x(t)$ sia poi moltiplicato per $2\cos(2\pi f_c t + \Theta)$ ed il segnale risultante $y(t) = 2x(t)\cos(2\pi f_c t + \Theta)$ sia filtrato mediante un filtro passabasso ideale con guadagno in continua unitario e banda monolatera W.

   (i) Calcolare l'uscita $z(t)$ del filtro passabasso.

   (ii) Calcolare la funzione di mutua correlazione $r_{xz}(\tau)$ tra $x(t)$ e $z(t)$ determinato al punto precedente.